११: रचनाएँ

प्रश्नावली 11.1

प्रश्न 1: 7.6 cm लंबा एक रेखाखंड खींचिए और इसे 5: 8 अनुपात में विभाजित कीजिए। दोनों भागों को मापिए।

प्रश्न 2: 4cm, 5cm और 6cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{2}{3}$ गुनी हों।

प्रश्न 3: 5 cm, 6cm और 7cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की गुनी $\frac{7}{5}$ हो।

प्रश्न 4: आधार 8cm तथा ऊँचाई 4cm के एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना की कीजिए, जिसकी भुजाएँ इस समद्विबाहु त्रिभुज की संगत भुजाओं की $1\frac{1}{2}$ गुनी हों।

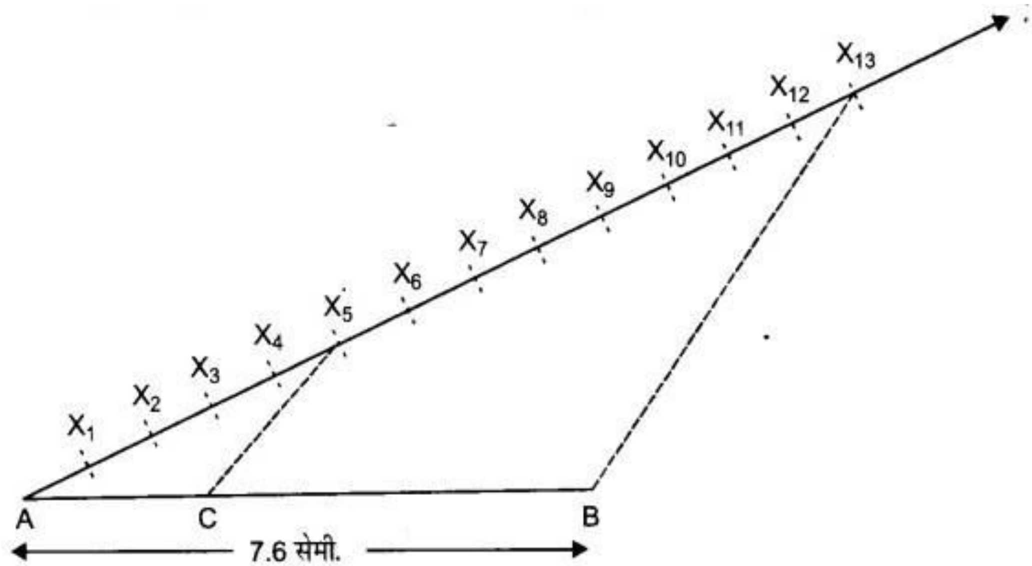
प्रश्न 5: एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें BC = 6 cm, AB = 5 cm और $\angle ABC$= 60° हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ΔABC की संगत भुजाओं की गुनी $\frac{4}{3}$ हों।

प्रश्न 6: एक त्रिभुज ABC बनाइए, जिसमें BC = 7 cm,∠B = 45° , ∠A = 105° हो। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ΔABC की संगत भुजाओं की गुनी $\frac{4}{3}$ हों।

प्रश्न 7: एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 cm तथा 3 cm लंबाई की हों। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ गुनी हों|

उत्तर: 11.1

उत्तर 1:



i. एक रेखाखंड AB=7.6 cm की खींचिए
ii. एक किरण AX खींचिए जो AB के साथ एक न्यून कोण बनाइये
iii. किरण AX पर (8+5)=13 समान खंड काटो और उन्हें $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \ldots \ldots \ldots X_{13}$ से अंकित करो
iv. X_{13} को B से मिलाओ और X_5 से X_6C || X_{13}B खींचो जो AB पर मिलाओ

इसप्रकार बिंदु C रेखाखंड AB को 5:8 अनुपात में विभाजित करता है

AC=4.7 cm और BC=2.9 cm

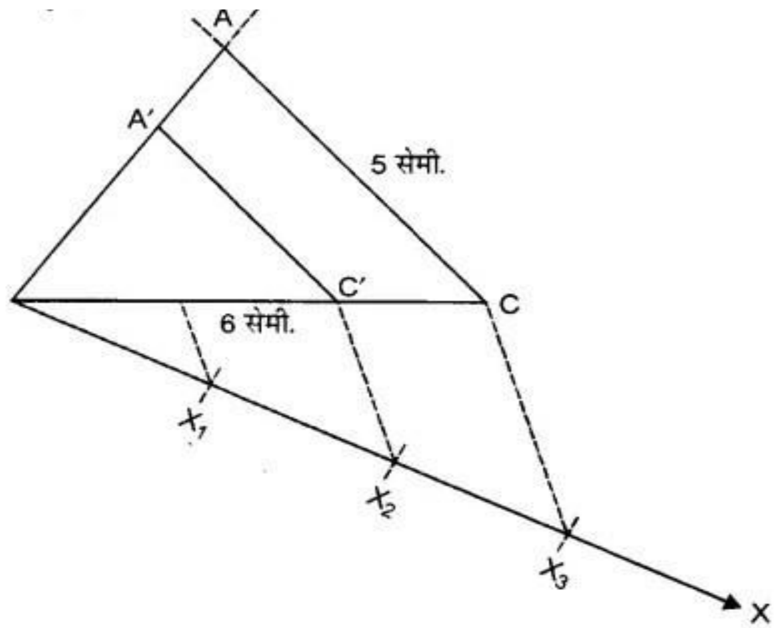
ΔABX_{13} और ΔABX_5 में ,

$C_5||B_{13}$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{A_5}{X_5X_{13}} = \frac{5}{8}$$

$\therefore$AC:CB = 5:8

उत्तर 2:



i. एक ΔABC की रचना इस प्रकार कीजिए, BC=6 cm, AC= 5 cm और AB=4 cm I
ii. एक किरण BX इस प्रकार खींचों की $\angle CBX$ एक न्यून कोण हो।
iii. BX पर तीन बिंदु X_1, X_2 और X_3 इस प्रकार अंकित करो कि $BX_1 = X_1X_2 = X_2X_3$
iv. X_3 और C को मिलाओ।
v. X_2 से एक रेखा X_3C के समांतर खिंची जो BC को C पर काटे।

vi. C से एक रेखा CA के समांतर खींचो जो BA को A पर मिलता है ।

इसप्रकार से $\Delta ABC'$ बनता है ।

$X_3C \parallel X_2C'$

$\Rightarrow \frac{BX_2}{X_2X_3} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow \frac{BC'}{C'C} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow \frac{C'C}{BC'} = \frac{1}{2}$

दोनों ओर 1 जोड़ने पर,

$$\frac{C'C}{BC'} + 1 = \frac{1}{2} + 1$$

$\Rightarrow \frac{C'C + BC'}{BC'} = \frac{1+2}{2}$

$\Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{3}{2}$

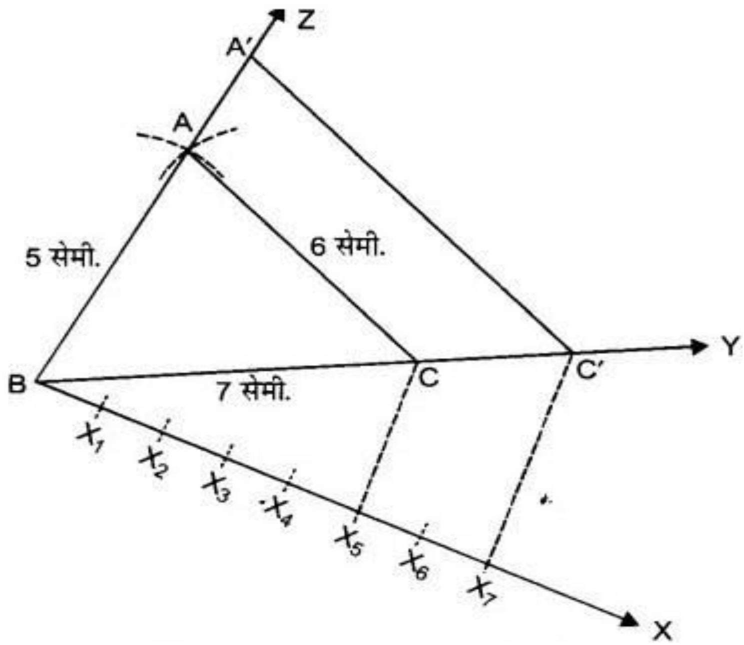
$\Delta BC'A'$ और ΔBCA में,

$CA \parallel C'A'$

$\Delta BC'A' \sim \Delta BCA$ [AA समरूपता से]

$$\Rightarrow \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC}$$

उत्तर 3:



i. एक ΔABC की रचना कीजिए AB=5 cm ,BC= 7 cm और AC= 6 cm है l
ii. एक किरण BX इस प्रकार खींचों की $\angle CBX$ एक न्यून कोण हो l
iii. BX पर 7 बिंदु $X_1, X_2, X_3, X_4 \ldots\ldots X_7$ अंकित करो l
iv. X_5 और C को मिलाओ, बिंदु X_7 से $X_5C \parallel X_7C'$ खींचों जो BC को C पर काटे l
v. C′ से CA के समांतर एक रेखा खींचिए जो BA को A' पर काटे l

ΔABC अभीष्ठ त्रिभुज है l इस रचना से यहाँ प्राप्त होता है की $C'A' || CA$

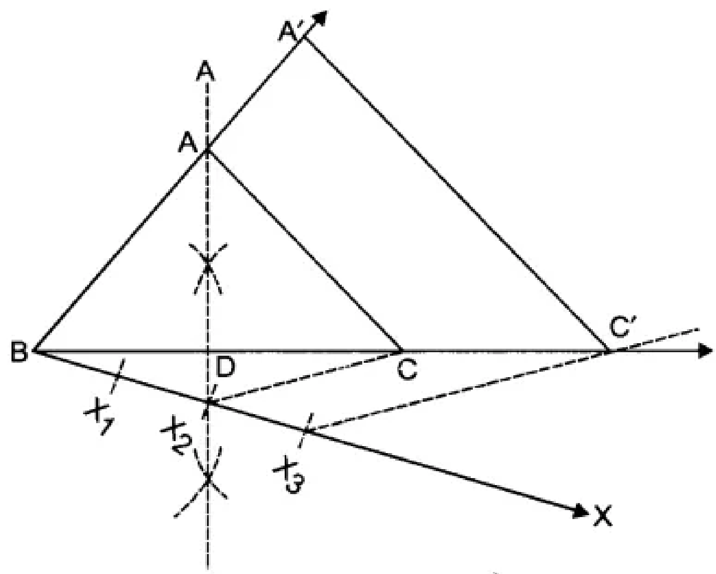
$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ [AA समरूपता से]

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC}$ तथा $X_7C' || X_5C$ [रचना द्वारा]

$\Delta BX_7C' \sim \Delta BX_5C$

$$\therefore \frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{7}{5}$$

उत्तर 4:



i. BC=8 cm रेखा खींचिए।
ii. BC का लम्बा समद्विभाजक खींचों जो BC को D पर काटे।
iii. उक्त लम्बा पर एक बिंदु A इस प्रकार अंकित करो कि DA=4 cm I
iv. AB और AC को मिलाओ।
v. अब एक किरण BX इस प्रकार खींचो कि ∠X एक न्यून कोण है।
vi. BX पर तीन बिंदु X_1, X_2, X_3 इस प्रकार अंकित करो कि $BX_1 = X_1X_2 = X_2X_3$
vii. X_2 और C को मिलाओ।

viii. X_3 से एक रेखा B_2C के समांतर खींचों जो BC को C पर काटे ।

ix. C′ से एक रेखा CA के समांतर खींचो जो BA को A' पर काटे।

$\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$ [समरूपता]

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC}$

$\Delta BX_3C' \sim \Delta BX_2C$

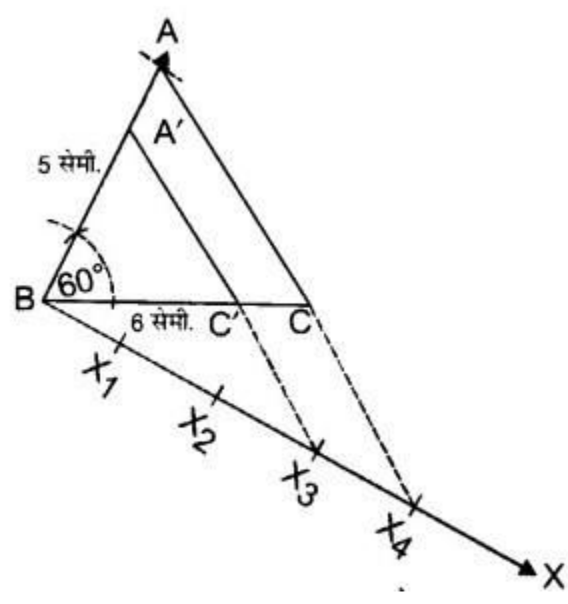
$\frac{BC'}{BC} = \frac{BX_3}{BX_2}$ [by BTP]

$$\frac{BX_3}{BX_2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{BC'}{BC} = \frac{3}{2}$$

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{2}$

उत्तर 5:



$\Delta A'BC'$ अभीष्ठ त्रिभुज है।

रचना से प्राप्त है कि ,

$X_4C \,||X_3C'$ [BPT से]

$\frac{BX_3}{BX_2} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$

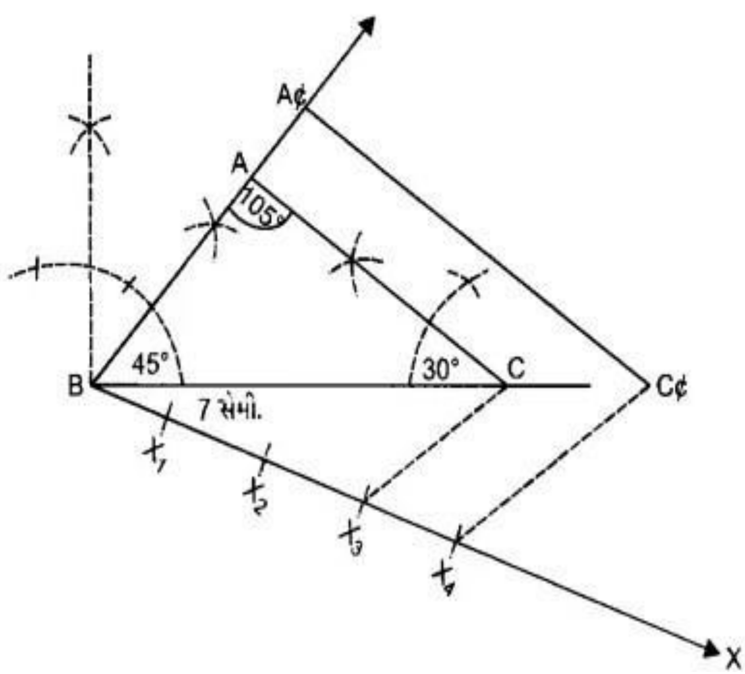
$\frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$.......(i)

$CA||C'A'$ [रचना से]

$\Delta BC'A' \sim \Delta BCA$ [AA समरूपता से]

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$ [(1) से

उत्तर 6:



i. एक ΔABC कि रचना इस प्रकार करो कि BC=7 cm ,$\angle B = 45°$ और $\angle A = 105°$ ।

ii. एक किरण BX इस प्रकार खींचे कि $\angle CBX$ एक न्यून कोण हो ।

iii. BX पर चार बिंदु X_1, X_2, X_3, X_4 इस प्रकार अंकित करो कि,$BX_1 = X_1X_2 = X_2X_3 = X_3X_4$ हो ।

iv. X_3 और C को मिलाओ ।

v. $X_4C' \| X_3C$ इस प्रकार खींचिए कि C′, BC को मिले ।

vi. C′ से CA के समांतर एक रेखा खींचिए जो BA को A' पर मिले ।

इस प्रकार ΔABC अभीष्ठ त्रिभुज है ।

सत्यापनः रचना से हमें यह प्राप्त होता है कि,

$C'A' \| CA$

$\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$ [AA समरूपता से]

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC}$ ......(i)

पुनः रचना से ,

$X_4C' \| X_3C$

$\Delta BX_4C' \sim \Delta BX_3C$

$\frac{BC'}{BC} = \frac{BX_4}{BX_3}$

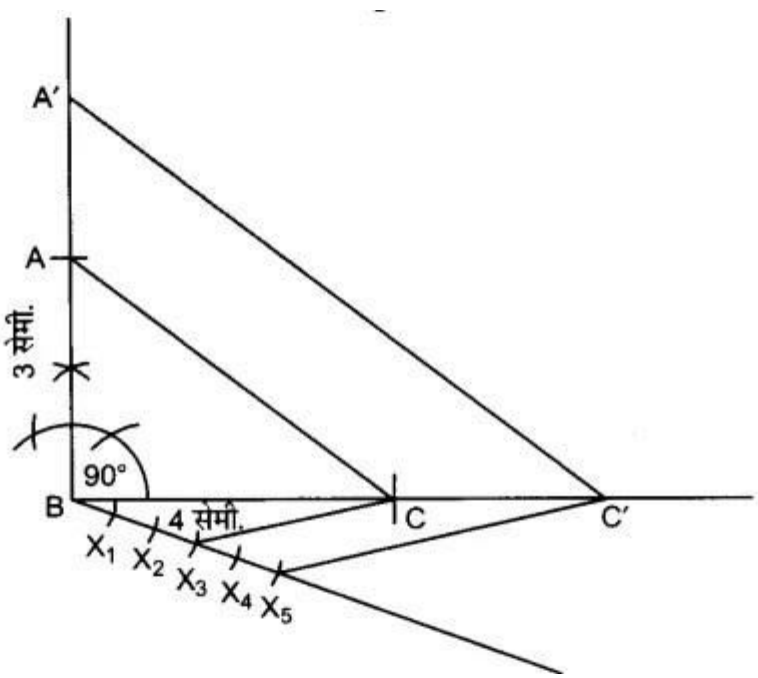
परन्तु , $\frac{BX_4}{BX_3} = \frac{4}{3}$

$\frac{BC'}{BC} = \frac{4}{3}$ ....(ii)

(i)और (ii) से हमें यह प्राप्त होता है कि ,

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{4}{3}$

उत्तर 7:



सत्यापनः रचना से हमें यह प्राप्त होता है कि,

$C'A' \| CA$

$\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$ [AA समरूपता से]

$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC}$ ......(i)

पुनः रचना से ,

$X_5C' \| X_3C$ [राचन से]

$\Delta BX_5C' \sim \Delta BX_3C$

$$\frac{BC'}{BC} = \frac{BX_5}{BX_3}$$

परन्तु , $\frac{BX_5}{BX_3} = \frac{5}{3}$

$$\frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3} \;.......(ii)$$

(i)और (ii) से हमें यह प्राप्त होता है कि ,

$$\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3}$$

प्रश्नाबली 11.2

निम्न में से प्रत्येक के लिए रचना का औचित्य भी दीजिए :

प्रश्न1: 6 cm त्रिज्या का एक बृत्त खींचिए। केंद्र से 10 cm दूर स्थित एक बिंदु से बृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लंबाइयाँ मापिए।

प्रश्न2: 4 cm त्रिज्या का एक बृत्त पर 6 cm त्रिज्या के एक सकेंद्रीय बृत्त के किसी बिंदु से एक स्पर्श रेखा की रचना कीजिए और उसकी लंबाई मापिए। परिकलन से इस माप की जाँच भी कीजिए।

प्रश्न3: 3 cm त्रिज्या का एक बृत्त खींचिए। इसके किसी बड़ाए गए ब्यास पर केंद्र से 7 cm दुरी पर स्थित दो बिंदु P और O लीजिए। इन दोनों बिंदुओं से बृत्त पर स्पर्श रेखाएँ खींचिए।

प्रश्न4: 5 cm त्रिज्या के एक बृत्त पर ऐसी दो स्पर्श रेखाएँ खींचिए , जो परस्पर 60° के कोण पर झुकी हों।

प्रश्न5: 8 cm लंबा एक रेखाखंड AB खींचिए। A को केंद्र मान कर 4 cm त्रिज्या का एक बृत्त तथा B को केंद्र लेकर 3 cm त्रिज्या का एक अन्य बृत्त खींचिए। प्रत्येक बृत्त पर दूसरे बृत्त के केंद्र से स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

प्रश्न6: माना ABC एक समकोणी त्रिभुज है , जिसमें AB = 6 cm , BC = 8 cm तथा $\angle B$ = 90° है। A से इस बृत्त पर स्पर्श रेखा की रचना कीजिए।

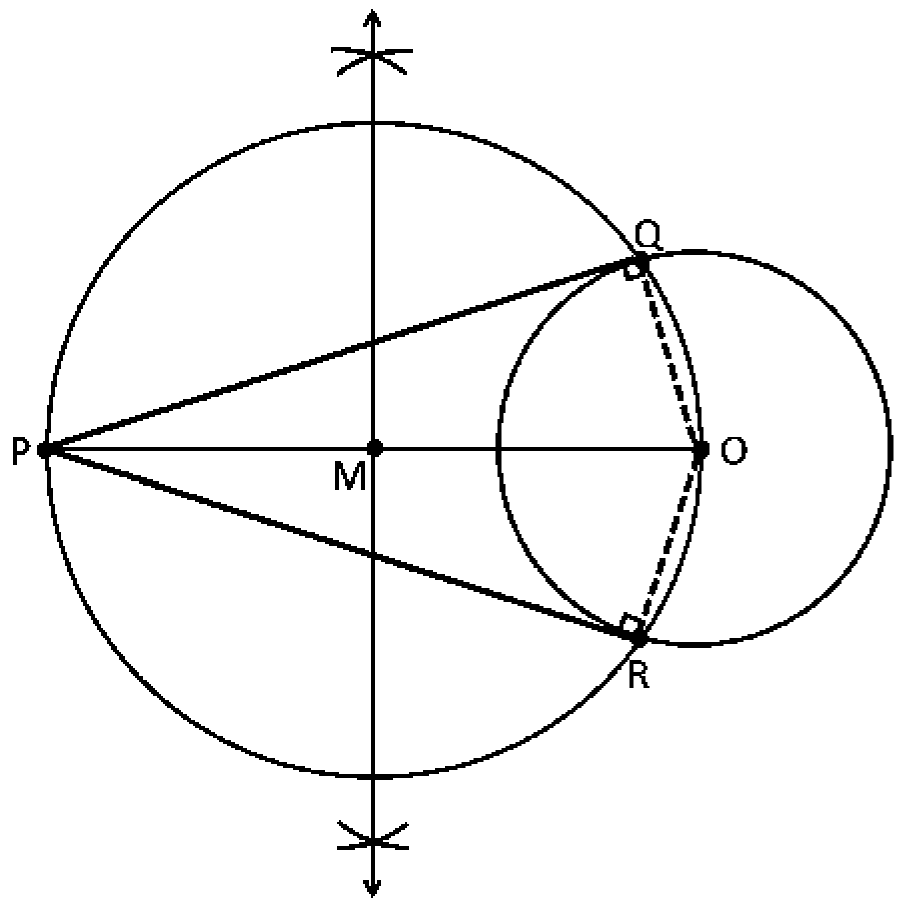
प्रश्न7: किसी चूड़ी की सहायता से एक बृत्त खींचिए। बृत्त के बाहर एक बिंदु लीजिए। इस बिंदु से बृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना कीजिए।

उत्तर 11.2

उत्तर 1: निर्माण प्रक्रिया: दिए गए सर्कल के लिए स्पर्शरेखा की एक जोड़ी आकर्षित करने के लिए निर्माण इस प्रकार है।

1. त्रिज्या के साथ एक वृत्त को केंद्र र् 6 cm
2. एक बिंदु च् का पता लगाएँ, जो कि O से 10 cm दूर है।
3. लाइन के माध्यम से बिंदु O और P में शामिल हों.
4. लाइन OP के लंबवत द्वि-क्षेत्र को ड्रा करें।
5. M लाइन PO के मध्य बिंदु हो.
6. केंद्र के रूप में M ले लो और MO की लंबाई को मापों.

7. लंबाई MO त्रिज्या के रूप में लिया जाता है और एक चक्र आकर्षित.
8. MO की त्रिज्या से खींचा गया वृत्त, बिंदु Q तथा R पर पिछले वृत्त को प्रतिच्छेद करता है।
9. PQ और PR में शामिल हों.
10. इसलिए, PQ और PR आवश्यक स्पर्शरिखा हैं.



औचित्य:

दिए गए समस्या के निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि PQ और PR केंद्र ओ के साथ त्रिज्या 6 सेमी के चक्र के स्पर्शरिखा हैं।

यह साबित करने के लिए, OQ में शामिल होने और OR डॉटेड लाइनों में प्रतिनिधित्व किया।

निर्माण से, $\angle PQO$ अर्द्ध वृत्त में एक कोण है.

हम जानते हैं कि एक अर्द्ध वृत्त में कोण एक सही कोण है, तो यह हो जाता है,

$\angle PQO$ = 90°=> OQ⊥PQ

चूँकि OQ त्रिज्या 6 बउ के साथ वृत्त की त्रिज्या है, PQ वृत्त की स्पर्शरेखा होनी चाहिए।

इसलिए, प्रमाणित.

उत्तर 2: 1. केंद्र “O" के साथ 4 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त बनाएँ।

2. फिर, O को केंद्र के रूप में 6 बउ त्रिज्या का वृत्त बनाते हैं।

3. इस वृत्त पर किसी बिंदु P का पता लगाएँ

4. इस तरह कि यह OP हो जाता है लाइनों के माध्यम से अंक O और P में शामिल हों।

5. लाइन ओपी के लिए सीधा द्विक्षेत्र ड्रा.

6. M, PO के मध्य बिंदु हो.

7. M के साथ एक वृत्त को इसके केंद्र के रूप में और MO को इसके त्रिज्या के रूप में ड्रा करें.

8. त्रिज्या OM के साथ खींचा गया वृत्त, अंक Q तथा R पर दिए गए वृत्त को काटता है।

9. PQ और PR में शामिल हों.

10. PQ और PR आवश्यक स्पर्शरिखा एंप्ल हैं।

⊿PQO में पाइथागोरस प्रमेय लागू करना,

हम $PQ^2 + QO^2$ प्राप्त $= PO^2$

$PQ^2 + (4)^2 = (6)^2$

$PQ^2 + 16 = 36$

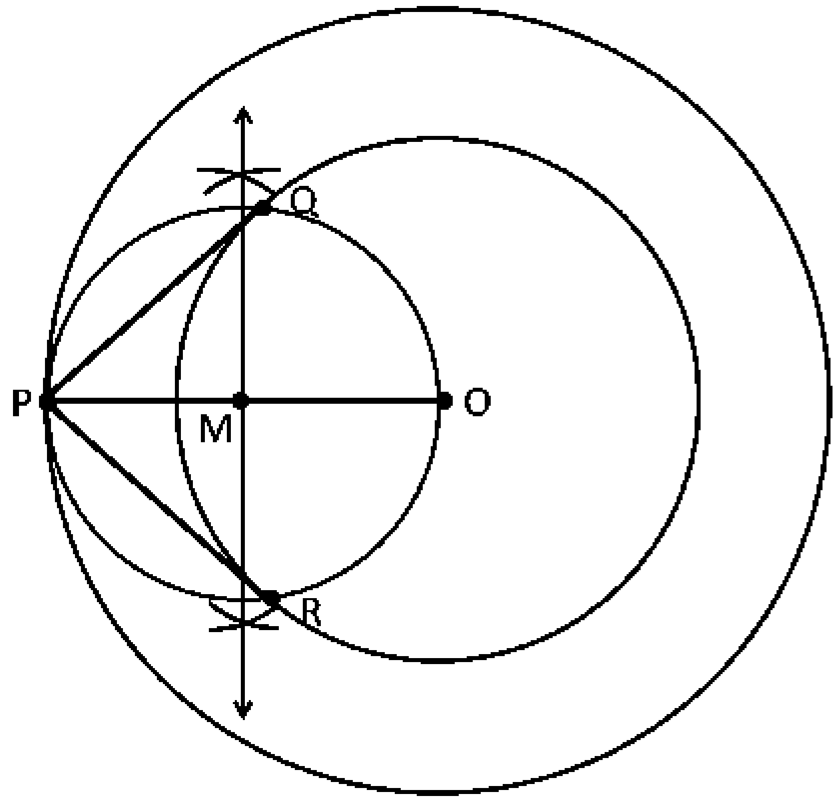
$PQ^2 = 36 - 16$

$PQ^2 = 20$

$PQ = 2\sqrt{5}$ PQ

= 4.47

अत: स्पर्शरिखा लंबाई PQ = 4.47



औचित्य:

दिए गए समस्या के निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि PQ और PR केंद्र O के साथ त्रिज्या 4 cm के चक्र के स्पर्शरेखा हैं।

यह साबित करने के लिए, OQ में शामिल होने और OR डॉटेड लाइनों में प्रतिनिधित्व किया।

निर्माण से, $\angle PQO$ अर्द्ध वृत्त में एक कोण है.

हम जानते हैं कि एक अर्द्ध वृत्त में कोण एक सही कोण है, तो यह हो जाता है,

$\therefore \angle PQO$ = 90°

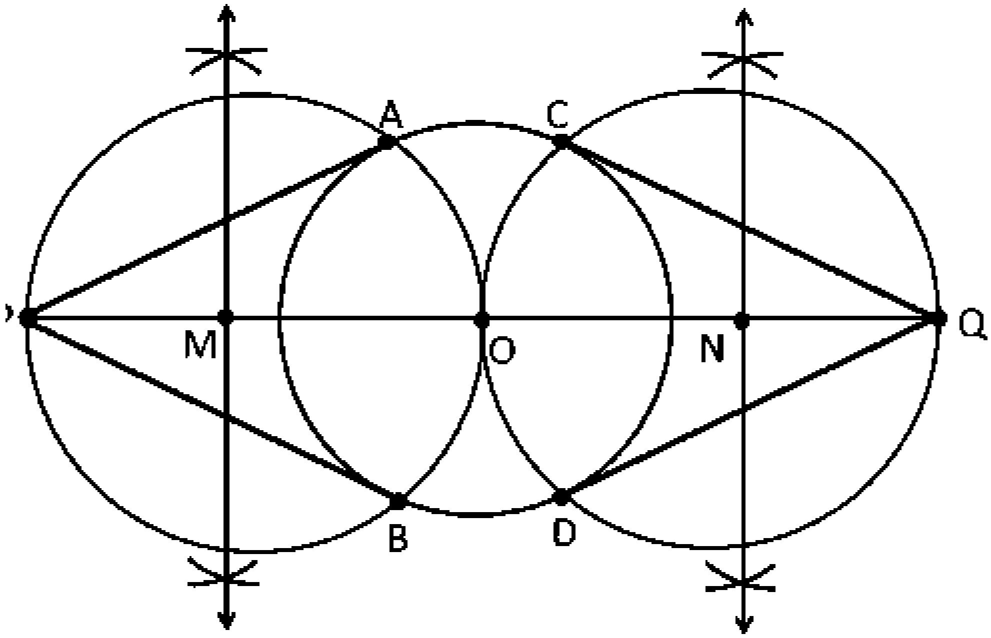
OQ⊥PQजब से OQ त्रिज्या 4 बउ के साथ वृत्त की त्रिज्या है, PQ वृत्त की एक स्पशरिखा होना चाहिए।

इसी प्रकार, हम यह सिद्ध कर सकते हैं कि PR वृत्त की स्पशरिखा है।

इसलिए, प्रमाणित.

उत्तर 3: दिए गए वृत्त के लिए स्पर्शज्या का निर्माण निम्नानुसार किया जा सकता है।

1. केंद्र “O" के साथ 3 cm की त्रिज्या के साथ एक वृत्त ड्रा करें
2. एक वृत्त का व्यास खींचिए और यह केंद्र से 7 बउ तक फैली हुई है तथा इसे P तथा Q के रूप में चिह्नित की जा रही है।
3. लाइन PO के सीधा द्विक्षेत्र को ड्रा करें और मध्यबिंदु को P के रूप में चिह्नित करें।
4. M के साथ एक वृत्त को केंद्र के रूप में और त्रिज्या के रूप में MO बनाएँ।
5. अब अंक PA और PB में शामिल हों जिसमें त्रिज्या MO के साथ चक्र 3 cm के वृत्त को काटता है।
6. अब PA और PB आवश्यक स्पशरिखाएं हैं।
7. इसी प्रकार, बिंदु Q से हम स्पशरिखाओं को खींच सकते हैं।
8. उस से, QC और QD आवश्यक स्पशरिखा हैं.



औचित्य:

दिए गए समस्या के निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि PQ और PQ केंद्र ओ के साथ त्रिज्या 3 cm के चक्र के स्पर्शरेखा हैं।

यह साबित करने के लिए, OA और OB में शामिल हो।

निर्माण से, $\angle PAO$ अर्द्ध चक्र में एक कोण है।

हम जानते हैं कि एक अर्द्ध वृत्त में कोण एक सही कोण है, तो यह हो जाता है,

∴ $\angle PAO$ = 90° => OA⊥PA

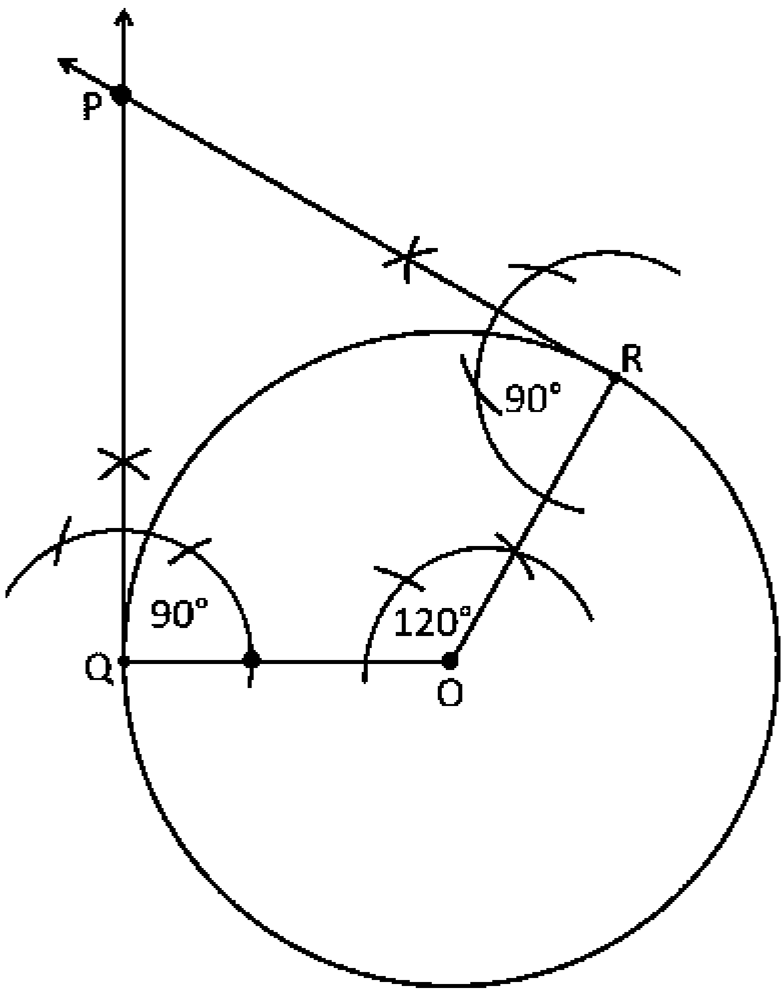
चूंकि OA त्रिज्या 3 सेमी के साथ वृत्त की त्रिज्या है, PA वृत्त की एक स्पर्शरेखा होना चाहिए।

इसी प्रकार, हम यह सिद्ध कर सकते हैं कि PQ, QC और QD वृत्त की स्पर्शरेखाएं हैं।

इसलिए, प्रमाणित.

उत्तर 4: स्पर्शरेखाका निर्माण निम्नलिखित तरीके से किया जा सकता है:

1. त्रिज्या 5 बउ का एक वृत्त ड्रा करें और केंद्र के साथ O के रूप में
2. वृत्त की परिधि पर एक बिंदु Q ले लो और OQ में शामिल हो
3. बिंदु Q पर QP के लिए एक सीधा आकर्षित.
4. एक त्रिज्या या ड्रा, OQ के साथ 120 डिग्री (180 डिग्री - 60 डिग्री) का एक कोण बना रही है।
5. बिंदु R पर RP के लिए एक सीधा आकर्षित
6. अब दोनों लंबवत बिंदु P पर एक दूसरे को काटते हैं।
7. इसलिए, PQ और PR 60 डिग्री के कोण पर आवश्यक स्पर्शरेखा हैं.



औचित्य:

निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि $\angle QPR$ = 60°

हमारे निर्माण के द्वारा $\angle OQP$ = 90°

$\angle ORP$ = 90° और $\angle QOR$ = 120°

हम जानते हैं कि चतुर्भुज के सभी आंतरिक कोणों का योग 360 डिग्री

$\angle OQP + \angle QOR + \angle ORP + \angle QRP$ = 90° + 120° + 90° + $\angle QRP$ = 360°

इसलिए, $\angle QPR = 60°$

इसलिए, प्रमाणित.

उत्तर 5: 1. एक लाइन खंड AB = 8 cm ड्रा।

2. A को केंद्र के रूप में लें और त्रिज्या 4 बउ का एक वृत्त बनाएँ.

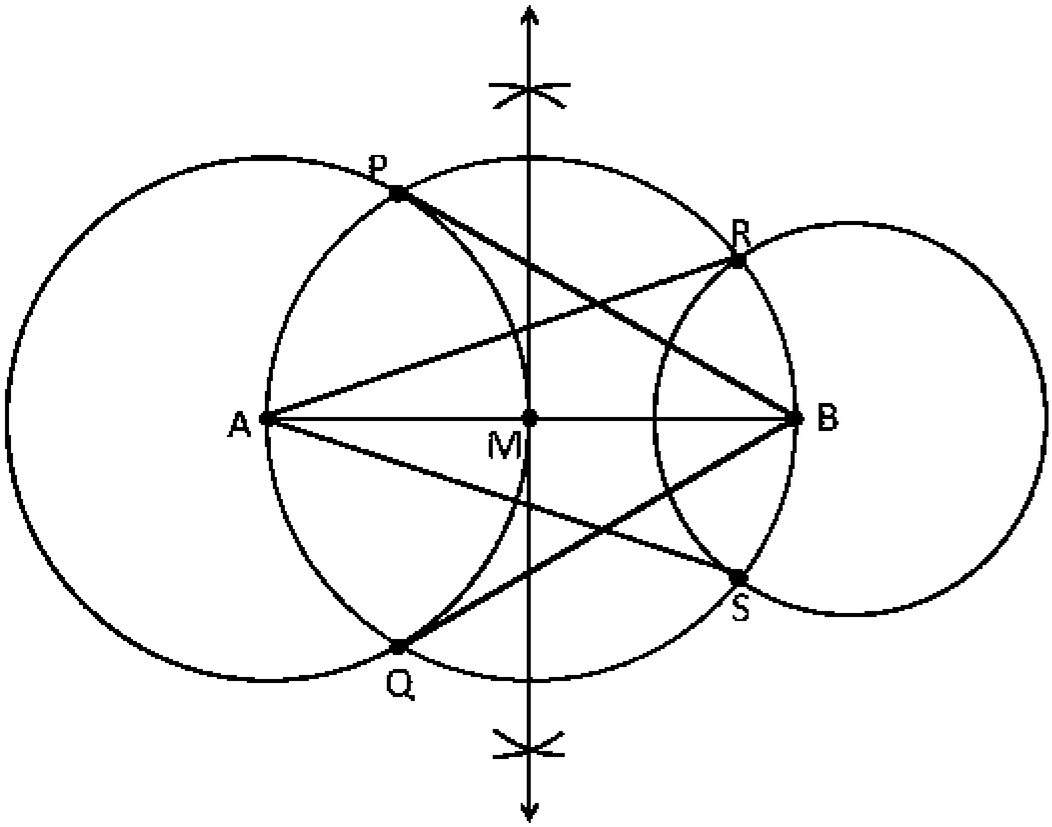
3. B को केंद्र के रूप में लें, त्रिज्या 3 बउ का वृत्त बनाएँ

4. रेखा AB के लंबवत द्विक्षेत्र को ड्रा करें और मध्यबिंदु को M के रूप में लिया जाता है।

5. अब, M को केंद्र के रूप में ले लो, MA या MB की त्रिज्या के साथ एक वृत्त खींचते हैं जो अंक P, Q, R तथा S पर वृत्त को काट ताक कर देता है।

6. अब AR, AS, BP और BQ में शामिल हों.

7. इसलिए, आवश्यक स्पर्शरेखा AR, AS, BP और BQ हैं.



औचित्य:

निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि AS और AR वृत्त की स्पर्शरेखाएं हैं (जिसका केंद्र त्रिज्या के साथ B है 3 cm) और BP और BQ वृत्त की स्पर्शरेखाएं हैं (जिसका केंद्र ए और त्रिज्या 4 cm है).

निर्माण से, यह साबित करने के लिए, AP, AQ, BS, और BR में शामिल हो।

$\angle ASB$ अर्द्ध वृत्त में एक कोण है।

हम जानते हैं कि अर्ध वृत्त में एक कोण एक सही कोण है।

$\angle ASB = 90° \Rightarrow BS \perp AS$

चूंकि BS वृत्त की त्रिज्या है, BS वृत्त की एक स्पर्शरेखा होना चाहिए।

इसी प्रकार, AR, BP, और BQ दिए गए वृत्त के आवश्यक स्पर्शरेखा हैं।

उत्तर 6: 1. आधार BC = 8cm के साथ पंक्ति खंड आरेखित करें.

2. बिंदु B पर 90 डिग्री कोण को मापें, जिससे कि $\angle B = 90°$।

3. केंद्र के रूप में B ले लो और 6cm के एक उपाय के साथ एक चाप आकर्षित

4. बिंदु को A होने दीजिए जहाँ चाप किरण को काटता है.

5. लाइन AC में शामिल हों.

6. इसलिए, ABC आवश्यक त्रिकोण हो.

7. अब, सीधा द्विक्षेत्र को BC लाइन पर खींचें और मध्यबिंदु को M के रूप में चिह्नित किया गया है।

8. E को केंद्र के रूप में लें और BE या EC माप के रूप में त्रिज्या एक चक्र आकर्षित.

9. वृत्त के मध्य बिंदु ई में शामिल हों.

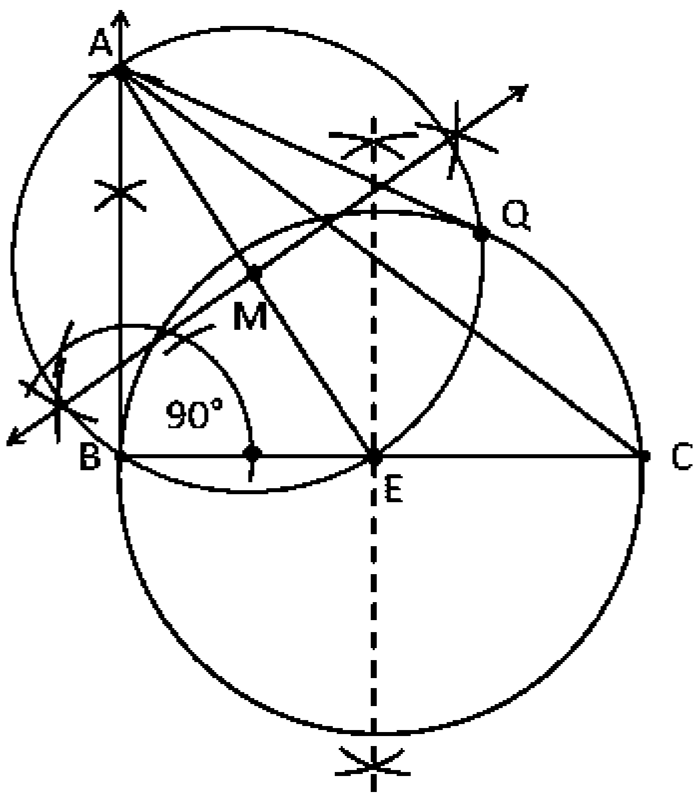
10. अब, फिर से लाइन AE के लिए सीधा द्विक्षेत्र आकर्षित और मध्यबिंदु M के रूप में लिया जाता है.

11. केंद्र और AM या ME माप के रूप में M ले लो त्रिज्या के रूप में, एक वृत्त आकर्षित.

12. यह वृत्त पिछले वृत्त को अंक B और Q पर प्रतिच्छेद करता है.

13. अंक A और Q में शामिल हों.

14. इसलिए, AB और AQ आवश्यक स्पर्शरिखा एंज्याल हैं.



औचित्य:

AG और AB बृत्त के स्पर्शरिखा हैं कि साबित करके निर्माण को उचित ठहराया जा सकता है। निर्माण से, EQ में शामिल हो.

∠AQE अर्द्ध चक्र में एक कोण है.

हम जानते हैं कि अर्ध वृत्त में एक कोण एक सही कोण है।

∴ $\angle AQE$ = 90° => EQ⊥AQ

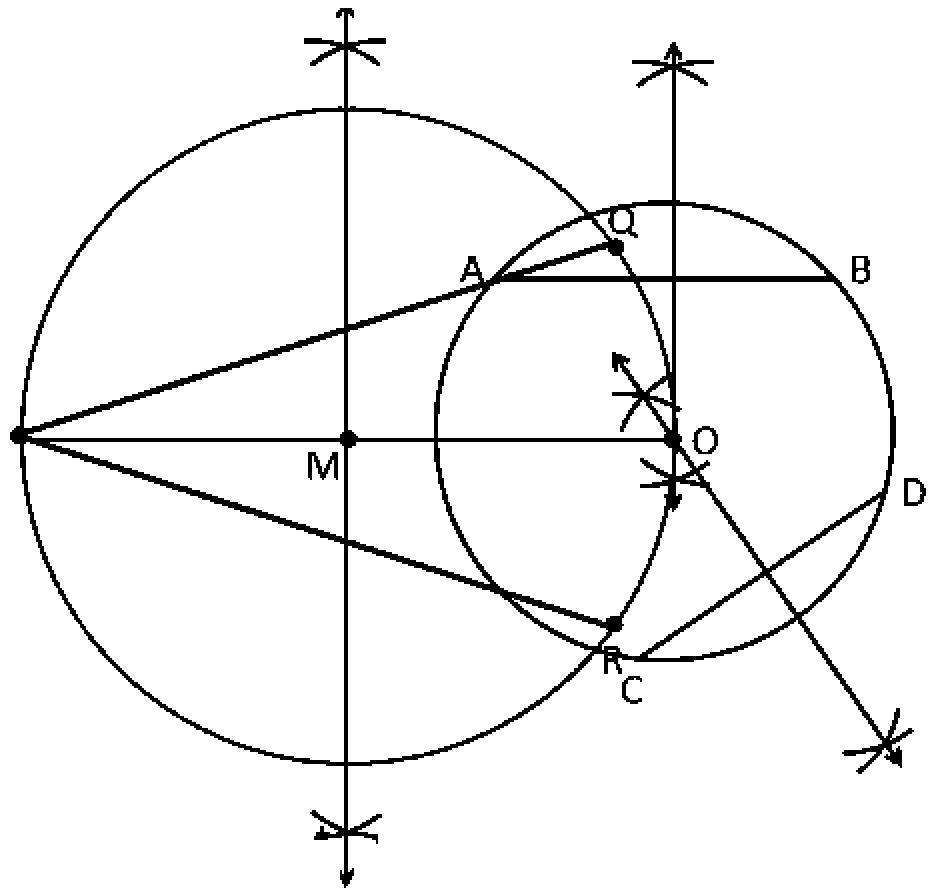
चूंकि EQ वृत्त की त्रिज्या है, AQ वृत्त की एक स्पर्शरेखा हो गया है.

इसलिए, प्रमाणित.

उत्तर 7:

1. चूड़ी की मदद से एक वृत्त ड्रा करें।
2. इस तरह के AB और CD के रूप में दो गैर-समानांतर ज्या ड्रा
3. AB और CD के सीधा द्वि क्षेत्र ड्रा
4. केंद्र को O के रूप में ली जाए जहां लंबवत द्वि-क्षेत्र एक दूसरे को काटता है।
5. स्पर्शरेखाओं को आकर्षित करने के लिए, वृत्त के बाहर एक बिंदु P लें।
6. अंक O और P में शामिल हों।
7. अब लाइन PO के लंबवत द्विक्षेत्र को ड्रा करें और मध्यबिंदु को M के रूप में लिया जाता है.
8. M को केंद्र के रूप में लें और त्रिज्या के रूप में MO एक वृत्त बनाते हैं।
9. वृत्त को एक दूसरे को काटती है, जो अंक Q तथा R पर वृत्त को काटती है।
10. अब PQ और PR में शामिल होने.

11.इसलिए, PQ और PR आवश्यक स्पर्शरेखा हैं.



औचित्य:

निर्माण को यह साबित करके उचित ठहराया जा सकता है कि PQ और PR सर्कल के स्पर्शरेखा हैं।

क्योंकि, O एक चक्र का केंद्र है,

हम जानते हैं कि ज्या के सीधा द्विक्षेत्र केंद्र के माध्यम से गुजरता है.

अब, अंक OQ और OR में शामिल हो.

हम जानते हैं कि एक तार के सीधा द्विक्षेत्र केंद्र के माध्यम से गुजरता है

यह स्पष्ट है कि इन लंबवत द्वि-सेक्टरों का प्रतिच्छेदन बिंदु वृत्त का केंद्र है।

के बाद से, $\angle POQ$ अर्द्ध वृत्त में एक कोण है.
हम जानते हैं कि अर्ध वृत्त में एक कोण एक सही कोण है।
$\angle POQ$ = 90° => OQ⊥PQ
चूंकि OQ वृत्त की त्रिज्या है, PQ बृत्त की स्पर्शरेखा होना चाहिए।
PR सर्कल की एक स्पर्शरेखा हो गया है
इसलिए, PQ और PR एक चक्र के आवश्यक स्पर्शरेखा हैं.