

13. पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

प्रश्नावली 13.1

जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = 22/7$ लीजिए।

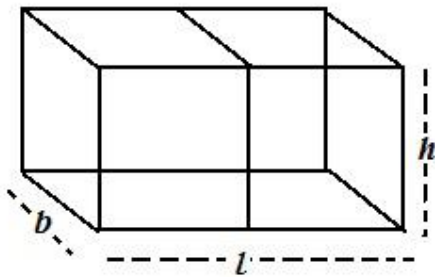
Q1. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm^3 है, के सलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:

एक घन का आयतन $= 64 \text{ cm}^3$

एक किनारा $= (64)^{1/3}$

$$= 4 \text{ cm}$$



दो घनों के फलकों को मिलाने पर

$$l = 4 + 4 = 8 \text{ cm}$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$h = 4 \text{ cm}$$

इसप्रकार इस घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + lh)$

$$= 2(8 \times 4 + 4 \times 4 + 8 \times 4)$$

$$= 2(32 + 16 + 32)$$

$$= 2 \times 80$$

$$= 160 \text{ cm}^2$$

अतः इस घनाभ का प्राप्त पृष्ठीय क्षेत्रफल 160 cm^2 है।

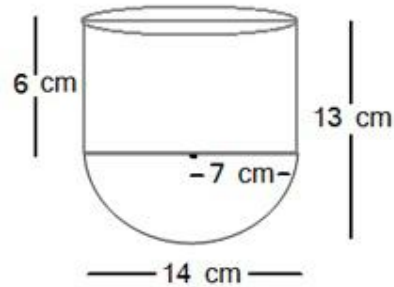
Q2. कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :

अर्धगोले का व्यास = 14 cm

अर्धगोले की त्रिज्या $r = \frac{14}{2} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$

बर्तन की कुल ऊँचाई $H = 13 \text{ cm}$



बेलना भाग की ऊँचाई $h = 13 \text{ cm} - 7 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग की त्रिज्या $r = 7 \text{ cm}$

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2$

$$= 2\pi r(h + r)$$

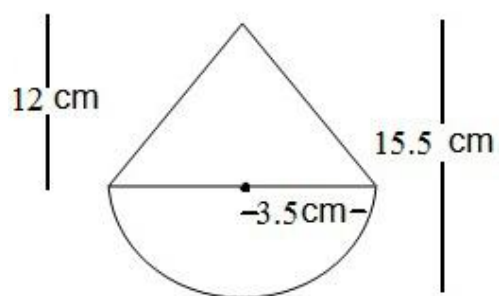
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)$$

$$= 44 \times 13$$

$$= 572 \text{ cm}^2$$

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल 572 cm^2 है।

Q3. एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्ध गोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल:

अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या $r = 3.5 \text{ cm}$

शंकुकार भाग की त्रिज्या $r = 3.5 \text{ cm}$

शंकुकार भाग की ऊँचाई $h = 15.5 - 3.5 = 12 \text{ cm}$

शंकवाकार भाग की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$$l = \sqrt{12^2 + 3.5^2}$$

$$l = \sqrt{144 + 12.25}$$

$$l = \sqrt{156.25}$$

$$l = 12.5 \text{ cm}$$

खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l + 2\pi r^2$

$$= \pi r(l + 2r) \text{ [दोनों त्रिज्या बराबर रहने पर]}$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5(12.5 + 2 \times 3.5)$$

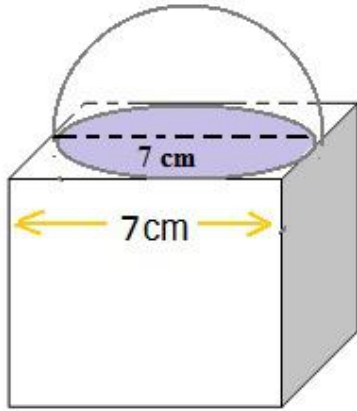
$$= 22 \times 0.5(12.5 + 7)$$

$$= 11(19.5)$$

$$= 214.5 \text{ cm}^2$$

खिलौने का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 214.5 cm^2 है ।

Q4. भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लाक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है । अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है ? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



हल :

घनाकार ब्लॉक का एक किनारा = 7 cm

अर्धगोले का अधिकतम व्यास $d = 7$ cm

$$\therefore \text{त्रिज्या } r = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाकार ब्लॉक का क्षेत्रफल + अर्धगोले का क्षेत्रफल – अर्धगोले से ढके एक वृत्त का क्षेत्रफल

$$\Rightarrow \text{ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2$$

$$= 6a^2 + \pi r^2 \quad [a = \text{घन का एक किनारा}]$$

$$= 6(7)^2 + \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

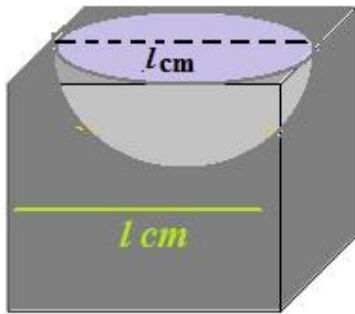
$$= 6 \times 49 + \frac{77}{2}$$

$$= 294 + 38.5 = 332.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{अतः ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 332.5 \text{ cm}^2$$

Q5 एक घनाकार ब्लाक के एक फलक को अन्दर की ओर से काट कर एक अर्धगोलाकार गड्ढा इस प्रकार बनाया गया है की अर्धगोले का व्यास घन के एक किनारे के बराबर है | शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

हल :



माना अर्धगोले का व्यास $d = l$ इकाई

अतः त्रिज्या $r = \frac{l}{2}$ इकाई

और घन का एक किनारा $a = l$ इकाई

(चूँकि घन का किनारा अर्धगोले के व्यास के बराबर है)

शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = घनाकार ब्लॉक का क्षेत्रफल + अर्धगोले का क्षेत्रफल – अर्धगोले से ढके एक वृत्त का क्षेत्रफल

$$= 6a^2 + 2\pi r^2 - \pi r^2 \quad [a = \text{घन का एक किनारा}]$$

$$= 6a^2 + \pi r^2$$

$$= 6l^2 + \pi \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

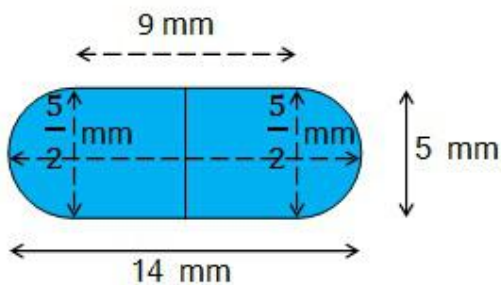
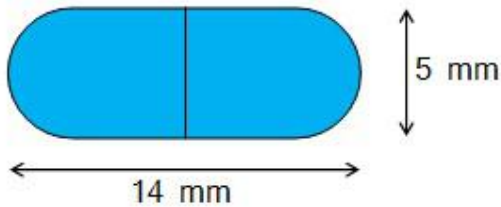
$$= 6l^2 + \pi \frac{l^2}{4}$$

$$= \frac{24l^2 + \pi l^2}{4}$$

$$= \frac{1}{4}(24 + \pi) l^2 \text{ वर्ग इकाई}$$

Q6. दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक - एक अर्धगोला लगा हुआ है (देखिए आकृति 13.10) | पुरे कैप्सूल की लंबाई 14 mm है और उसका व्यास 5 mm है इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए |

हल :



यहाँ बेलन का व्यास, अर्धगोले के व्यास के बराबर है |

अतः अर्धगोले का व्यास $D = 5 \text{ mm}$

इसलिए, त्रिज्या $r = \frac{5}{2} \text{ mm}$

और बेलन का व्यास $d = 5 \text{ mm}$

$\therefore$ त्रिज्या $r = \frac{5}{2} \text{ mm}$

बेलन की ऊँचाई $h = \text{कैप्सूल की लंबाई} - 2r$

$h = 14 \text{ mm} - 5 \text{ [चूँकि } 2r = D]$

$= 9 \text{ mm}$

कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (अर्धगोलों का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल) + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2 \times 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 2\pi r(2r + h)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} (5 + 9)$$

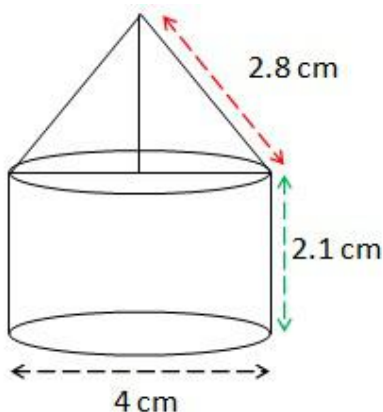
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times 14$$

$$= 2 \times 22 \times 5$$

$$= 220 \text{ mm}^2$$

कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 220 mm^2

Q7. कोई तंबू एक बेलन के आकार का है जिस पर एक शंकु आध्यारोपित है | यदि बेलनाकार भाग की ऊँचाई और क्रमशः 2.1 m और 4 m है तथा शंकु की तिर्यक ऊँचाई 2.8 m है तो इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवस (canvas) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए | साथ ही, 500 रु प्रति m^2 की दर से इसमें प्रयुक्त कैनवस की लागत ज्ञात कीजिए | (ध्यान दीजिए कि तंबू के आधार को कैनवस से नहीं ढका जाता है |)



हल :

तम्बू के बेलनाकार भाग का व्यास = 4 cm

अतः त्रिज्या $r = 2 \text{ cm}$

बेलनाकार भाग की ऊँचाई $h = 2.1 \text{ cm}$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई $l = 2.8 \text{ cm}$

व्यास $= 4 \text{ cm}$

और त्रिज्या $r = 2 \text{ cm}$

इस तंबू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास (canvas) का क्षेत्रफल

$=$ बेलनाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $+$ शंक्वाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2\pi rh + \pi rl$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 2.1 + \frac{22}{7} \times 2 \times 2.8$$

$$= \frac{22}{7} \times 2 (2 \times 2.1 + 2.8)$$

$$= \frac{44}{7} (4.2 + 2.8)$$

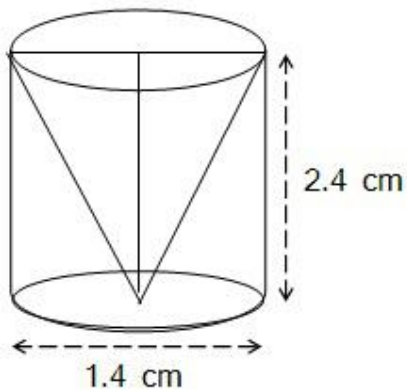
$$= \frac{44}{7} \times 7$$

$$= 44 \text{ cm}^2$$

$$\text{कैनवास का लागत} = 44 \times 500 = ₹ 22000 |$$

Q8. ऊँचाई 2.4 cm और व्यास 1.4 cm वाले एक ठोस बेलन में से ऊँचाई और इसी व्यास वाला एक शंक्वाकार खोल (cavity) काट लिया जाता है। शेष बचे ठोस का निकटतम वर्ग सेंटीमीटर तक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल :



बेलन की ऊँचाई $h = 2.4 \text{ cm}$

बेलन का व्यास $= 1.4 \text{ cm}$

अतः बेलन की त्रिज्या $r = 0.7 \text{ cm}$

काटे गए शंकु की ऊँचाई $h = 2.4 \text{ cm}$

और त्रिज्या $r = 0.7 \text{ cm}$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$l = \sqrt{2.4^2 + 0.7^2}$$

$$l = \sqrt{5.76 + 0.49}$$

$$l = \sqrt{6.25}$$

$$l = 2.5 \text{ cm}$$

शेष बचे ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन के पेंदी का क्षेत्रफल

$$= 2\pi rh + \pi rl + \pi r^2$$

$$= \pi r(2h + l + r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 0.7 (2 \times 2.4 + 2.5 + 0.7)$$

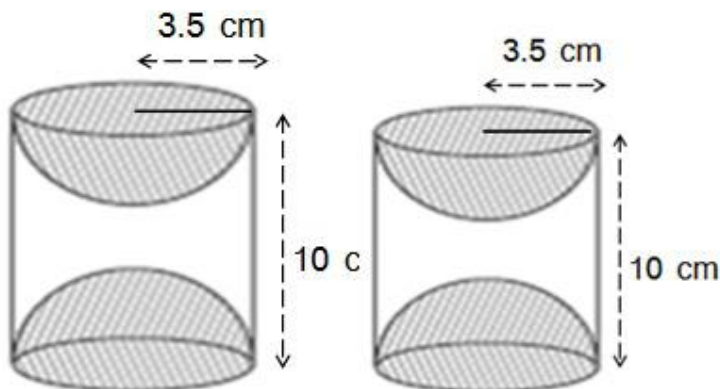
$$= \frac{22}{10} \times (4.8 + 2.5 + 0.7)$$

$$= \frac{22}{10} \times (8.0)$$

$$= \frac{176}{10}$$

$$= 17.6 \text{ cm}^2$$

Q9. लकड़ी के ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसाकि आकृति 13.11 में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल :

बेलन की ऊँचाई = 10 cm

आधार की त्रिज्या = 3.5 cm

अर्धगोले की त्रिज्या = 3.5 cm

वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

= बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + उपरी अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + निचली अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= 2\pi rh + 2\pi r^2 + 2\pi r^2 \\
&= 2\pi r(h + r + r) \\
&= 2\pi r(h + 2r) \\
&= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 (10 + 2 \times 3.5) \\
&= 2 \times \frac{110}{10} (10 + 7) \\
&= \frac{110 \times 34}{10} \\
&= \frac{3740}{10} \\
&= 374 \text{ cm}^2
\end{aligned}$$

क्षेत्रफल 374 cm² है |

अतः वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय

प्रश्नावली 13.2

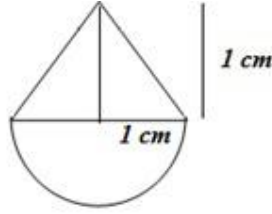
(जब तक अन्यथा न कहा जाए, $\pi = 22/7$ लीजिए |)

Q1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है | इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए |

हल :

शंकु की त्रिज्या $r = 1 \text{ cm}$

शंकु की ऊँचाई $= 1 \text{ cm}$



अर्धगोले की त्रिज्या $r = 1 \text{ cm}$

$$\text{ठोस का आयतन} = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3}\pi (2r + h)$$

$$= \frac{1}{3}\pi (1)^2 [2(1) + 1]$$

$$= \frac{1}{3}\pi [3]$$

$$= \pi \text{ cm}^3$$

ठोस का आयतन $\pi \text{ cm}^3$

Q2. एक इंजीनियरिंग के विधार्थी रचेल से एक पतली एल्युमिनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इसा मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।

(यह मान लीजिए कि मॉडल की आंतरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं।)

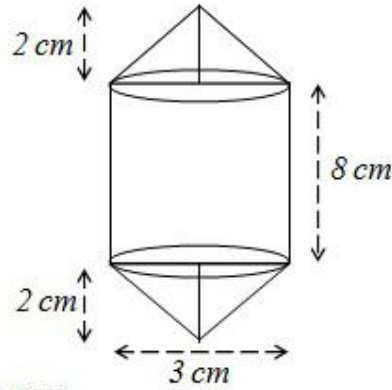
हल :

शंकु की त्रिज्या $r = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ cm}$

शंकु की ऊँचाई $h = 2 \text{ cm}$

बेलन की त्रिज्या $r = 1.5 \text{ cm}$

बेलन की ऊँचाई $H = 12 - 2 - 2 = 8 \text{ cm}$



मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन = 2(शंकु का आयतन) + बेलन का आयतन

$$= 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 h\right) + \pi r^2 H$$

$$= \pi r^2 \left(\frac{2}{3} h + H\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \left(\frac{2}{3} \times 2 + 8\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{15}{10} \times \frac{15}{10} \left(\frac{4+24}{3}\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \left(\frac{28}{3}\right)$$

$$= 22 \times 3$$

$$= 66 \text{ cm}^3$$

अतः मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन 66 cm^3 है ।

Q3. एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है । 45 गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है (देखिए आकृति 13.15) ।

हल :

अर्धगोलाकार सिरे का व्यास = 2.8 cm

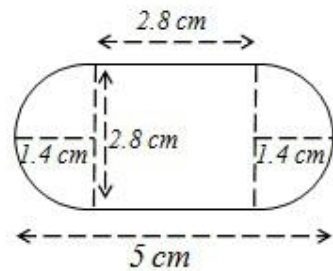
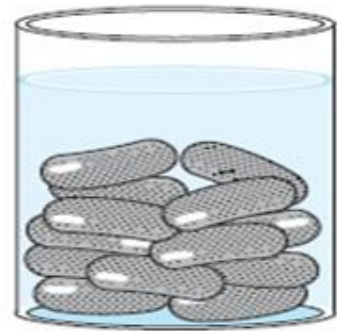
तो अर्धगोलाकार सिरे की त्रिज्या $r = 1.4$ cm

पूरे गुलाब जामुन की लम्बाई $l = 5$ cm

तो बेलनाकार भाग की लम्बाई $h = 5 - (1.4 + 1.4)$

$$= 5 - 2.8 \text{ cm}$$

$$= 2.2 \text{ cm}$$



सभी 45 गुलाब जामुनों का आयतन = 45(अर्धगोले का आयतन + बेलन का आयतन + अर्धगोले का आयतन)

$$\begin{aligned}
&= 45 \left(\frac{2}{3} \pi r^2 + \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^2 \right) \\
&= 45 \pi r^2 \left(\frac{2}{3} r + h + \frac{2}{3} r \right) \\
&= 45 \left[\frac{22}{7} (1.4)^2 \left(\frac{2}{3} \times 1.4 + 2.2 + \frac{2}{3} \times 1.4 \right) \right] \\
&= 45 \left[\frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{14}{10} \left(\frac{2.8}{3} + 2.2 + \frac{2.8}{3} \right) \right] \\
&= 45 \left[\frac{44 \times 14}{100} \left(\frac{5.6}{3} + 2.2 \right) \right] \\
&= 45 \left[\frac{616}{100} \left(\frac{5.6 + 6.6}{3} \right) \right] \\
&= 45 \left[\frac{616}{100} \left(\frac{12.2}{3} \right) \right] \\
&= \frac{15 \times 616 \times 122}{1000} \\
&= \frac{1127280}{1000} \\
&= 1127.280 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

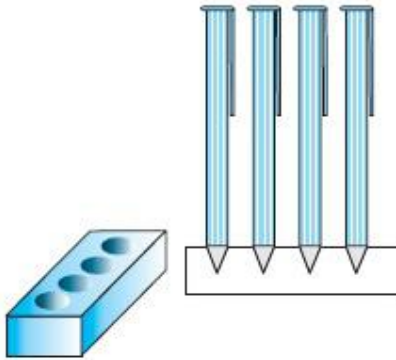
चासनी की मात्रा = 1127.280 cm^3 का 30%

$$\begin{aligned}
&= 1127.280 \times \frac{30}{100} \\
&= 1127.280 \times \frac{30}{100} \\
&= 338.1840 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

अतः 45 गुलाब जामुनों में चासनी की मात्रा 338 cm^3 है ।

Q4. एक कमलदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना हा जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं | घनाभ की विमाएँ 15 cm x 10 cm x 3.5 cm हैं | प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है | पूरे कमलदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति 13.16) |

हल :



घनाभ की लंबाई $l = 15 \text{ cm}$

घनाभ की चौड़ाई $b = 10 \text{ cm}$

घनाभ की ऊँचाई $h = 3.5 \text{ cm}$

शंक्वाकार भाग की त्रिज्या $(r) = 0.5 \text{ cm}$

ऊँचाई $(h) = 1.4 \text{ cm}$

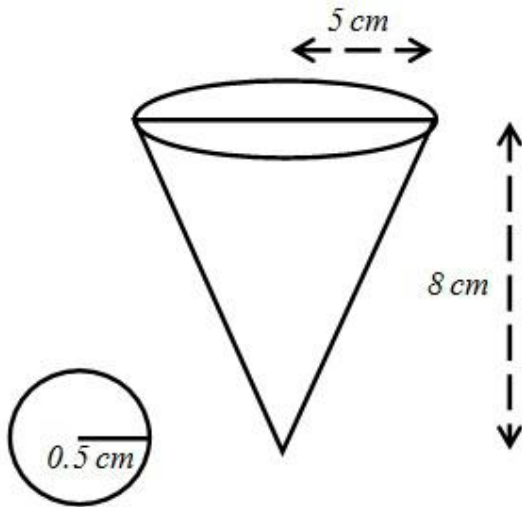
पूरे कमलदान की लकड़ी का आयतन = घनाभ का आयतन – चारों शंक्वाकार गड्ढे का आयतन

$$\begin{aligned}
&= l \times b \times h - 4\left(\frac{1}{3} \pi r^2 h\right) \\
&= 15 \times 10 \times 3.5 - 4\left(\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.5 \times 0.5 \times 1.4\right) \\
&= 525 - 4\left(\frac{1}{3} \times 22 \times 0.25 \times 0.2\right) \\
&= 525 - \left(\frac{1}{3} \times 4.4\right) \\
&= 525 - \frac{4.4}{3} \\
&= 525 - 1.47 \\
&= 523.53 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

पूरे कमलदान की लकड़ी का आयतन 523.53 cm^3 है ।

Q5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है | इसकी ऊँचाई 8 cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm त्रिज्या है | यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है | जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमे प्रत्येक 0.5 cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है | बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए |

हल :



शंकु की ऊँचाई (h) = 8 cm

शंकु की त्रिज्या (R) = 5 cm

गोली की त्रिज्या (r) = 0.5 cm

माना बर्तन में डाली गई गोलियों की संख्या = n

अतः $n \times (\text{गोली का आयतन}) = \frac{1}{4} (\text{शंकु का आयतन})$

$$\Rightarrow n \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

सरलीकरण करने पर

$$\Rightarrow n \times \frac{4}{3} \times r^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times R^2 \times h$$

$$\Rightarrow n \times \frac{4}{3} \times 0.5 \times 0.5 \times 0.5 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times 8$$

$$\Rightarrow n \times \frac{4}{3} \times 0.125 = \frac{1}{3} \times 25 \times 2$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{3} \times 25 \times 2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{0.125}$$

$$\Rightarrow n = 25 \times \frac{1}{2} \times \frac{1000}{125}$$

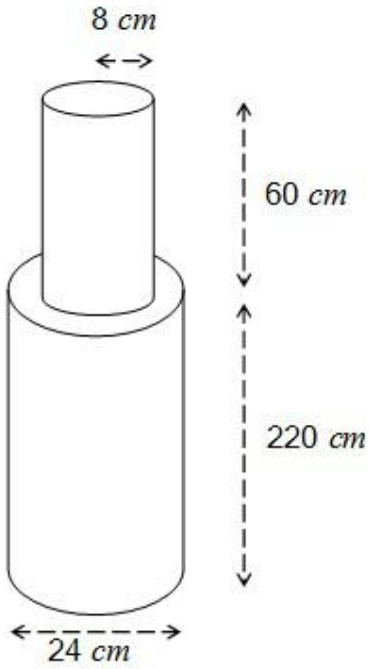
$$\Rightarrow n = \frac{1}{2} \times \frac{1000}{5}$$

$$\Rightarrow n = \frac{500}{5} = 100$$

अतः गोलियों की संख्या 100 है।

Q6. ऊँचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का स्तंभ बना है। इस स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8 g होता है। ($\pi = 3.14$ लीजिए।)

हल :



मोटे बेलन की ऊँचाई (H) = 220 cm

व्यास (d) = 24 cm

अतः त्रिज्या (R) = 12 cm

पतले बेलन की ऊँचाई (h) = 60 cm

त्रिज्या (r) = 8 cm

$$\text{अब लौह स्तंभ का आयतन} = \pi R^2 H + \pi r^2 h$$

$$= \pi(R^2 H + r^2 h)$$

$$= 3.14 (12 \times 12 \times 220 + 8 \times 8 \times 60)$$

$$= 3.14 (31680 + 3840)$$

$$= 3.14 (35520)$$

$$= 111532.8 \text{ cm}^3$$

$$\text{लोहे का द्रव्यमान} = 111532.8 \text{ cm}^3 \times 8$$

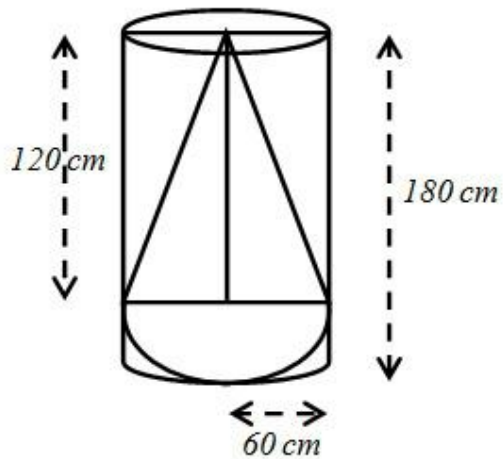
$$= 892262.4 \text{ g}$$

$$\text{अब द्रव्यमान kg में} = \frac{892262.4}{1000} = 892.2624 \text{ kg}$$

अर्थात लौह स्तंभ का द्रव्यमान 892.26 kg है ।

Q7. एक ठोस में, ऊँचाई 120 cm और त्रिज्या 60 cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60 cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है । इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे । यदि बेलन की त्रिज्या 60 cm है और ऊँचाई 180 cm है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए ।

हल :



ठोस के शंकु की ऊँचाई (h) = 120 cm

ठोस के शंकु की त्रिज्या (r) = 60 cm

ठोस के अर्धगोले की त्रिज्या (r) = 60 cm

बड़े बेलन की ऊँचाई (H) = 180 cm

बड़े बेलन की त्रिज्या (r) = 60 cm

शेष बचे पानी का आयतन = बड़े बेलन का आयतन – ठोस का आयतन

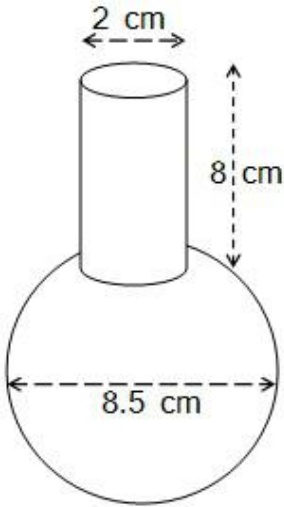
$$\begin{aligned}
&= \pi r^2 H - \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3\right) \\
&= \pi r^2 \left[H - \left(\frac{1}{3} h + \frac{2}{3} r\right)\right] \\
&= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \left[180 - \left(\frac{1}{3} \times 120 + \frac{2}{3} \times 60\right)\right] \\
&= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 [180 - (40 + 40)] \\
&= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 [180 - 80] \\
&= \frac{22}{7} \times 60 \times 60 [100] \\
&= \frac{22 \times 360000}{7} \text{ cm}^3 \\
&= \frac{7920000}{7} \text{ cm}^3 \\
&= 1131428.57 \text{ cm}^3
\end{aligned}$$

$$\text{या आयतन घन मीटर में} = \frac{1131428.57}{100 \times 100 \times 100} \text{ m}^3$$

$$= 1.131 \text{ m}^3 \text{ (लगभग)}$$

Q8. एक गोलाकार काँच के बर्तन की एक बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8 cm है और व्यास 2 cm है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5 cm है | इसमें भरे जा सकने वाली पानी की मात्रा माप कर, एक बच्चे ने यह ज्ञात किया कि इस बर्तन का आयतन 345 cm^3 है | जाँच कीजिए कि बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते हुए की उपरोक्त मापन आंतरिक मापन है और $\pi = 3.14$ |

हल :



गोलाकार भाग का व्यास = 8.5 cm

गोलाकार भाग का त्रिज्या (R) = $\frac{8.5}{2}$ cm

बेलनाकार गर्दन की ऊँचाई (h) = 8 cm

गर्दन का व्यास (d) = 2 cm

इसलिए, त्रिज्या (r) = 1 cm

इसमें भरे जा सकने वाले पानी का आयतन = गोले का आयतन + बेलन का आयतन

$$= \frac{4}{3} \pi R^3 + \pi r^2 h$$

$$= 3.14 \left(\frac{4}{3} \times \frac{8.5}{2} \times \frac{8.5}{2} \times \frac{8.5}{2} + 1 \times 1 \times 8 \right)$$

$$= 3.14 \left(\frac{8.5 \times 8.5 \times 8.5}{3 \times 2} + 8 \right)$$

$$= 3.14 \left(\frac{614.125 + 48}{6} \right)$$

$$= 3.14 \left(\frac{662.125}{6} \right)$$

$$= \frac{1.57 \times 662.125}{3}$$

$$= \frac{1.57 \times 662.125}{3}$$

$$= 346.51 \text{ cm}^3$$

अतः बच्चे द्वारा ज्ञात माप सही नहीं है ।