5. समान्तर श्रेढ़ी

प्रश्नावली 5.1

Q1. निम्नलिखित स्थितयों में से किन स्थितयों में संबद्ध संख्याओं की सूची A.P है और क्यों?

(1) प्रत्येक किलों मीटर के बाद टैक्सी का किराया, जबकि प्रथम किलो मीटर के लिए किराया 15 रु० है और प्रत्येक अतिरिक्त किलो मीटर के लिए किराया 8 रु० है |

Solution:

प्रथम किलोमीटर का किराया = 15 रुपये |

अतिरिक्त किलोमीटर का किराया = 8 रुपये

श्रृंखला : 15, 23, 31, 39 ....

जाँच:

$a = 15$

$d_1 = a_2 - a_1$

$= 23 - 15 = 8$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= 31 - 23 = 8$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= 39 - 31 = 8$

चूँकि सभी अंतरों का अंतर सामान है अर्थात सार्वअंतर = 8 है |

इसलिए दिया गया सूची A. P है |

(ii) किसी बेलन (cylinder) में उपस्थित हवा की मात्रा, जबकि वायु निकालने वाला पम्प प्रत्येक बार बेलन की हवा का ¼ भाग बाहर निकाल देता है |

Solution:

माना बेलन में हवा की मात्रा 1 है |

$T_1 = 1$

हवा निकाला $= \frac{1}{4}$

$T_2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

हवा निकाला $= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$

$T_3 = \frac{3}{4} - \frac{3}{16} = \frac{12-3}{16} = \frac{9}{16}$

हवा निकाला $= \frac{9}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$

$T_4 = \frac{9}{16} - \frac{9}{64} = \frac{36-9}{64} = \frac{27}{64}$

श्रृंखला : $1, \frac{3}{4}, \frac{9}{16}, \frac{27}{64}$

$d_1 = \frac{3}{4} - 1 = \frac{-1}{4}$

$d_2 = \frac{9}{16} - \frac{3}{4} = \frac{-3}{16}$

यहाँ सार्व अंतर समान नहीं है इसलिए यह A.P नहीं है |

(iii) प्रत्येक मीटर की खुदाई के बाद, एक कुआं खोदने में आई लागत, जबकि प्रथम मीटर खुदाई की लागत 150 रु० है और बाद में प्रत्येक खुदाई की लागत 50 रु० बढ़ती जाती है |

Solution:

प्रथम मीटर का लागत = 150,

दुसरे मीटर खुदाई की लागत = 150 + 50 = 200

तीसरे मीटर खुदाई की लागत = 200 + 50 = 250

श्रृंखला : 150, 200, 250, 300 ....

जाँच:

a = 150

$d_1 = a_2 - a_1$

$= 200 - 150 = 50$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= 250 - 200 = 50$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= 300 - 250 = 50$

सार्व अंतर = 50

यहाँ सार्व अंतर समान है इसलिए यह श्रृंखला A.P है |

(iv) खाते में प्रत्येक वर्ष का मिश्रधन, जबकि 10000 रु० की राशि 8 % वार्षिक की दर से चक्रवृद्धि ब्याज पर जमा की जाती है |

Solution:

पहले वर्ष की राशि = 10000

दुसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = $\frac{10000 \times 8 \times 1}{100} = 800$

दुसरे वर्ष की राशि = 10800

तीसरे वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज = $\frac{10800 \times 8 \times 1}{100} = 864$

तीसरे वर्ष की राशि = 11664

श्रृंखला: 10000, 10800, 11664 ....

स्पष्ट है कि इस श्रृंखला का सार्व अंतर समान नहीं है अत: A.P नहीं है |

Q2. दी हुई A.P के प्रथम चार पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सार्व अंतर d निम्नलिखित हैं :

(i) $a = 10, d = 10$

Solution:

$a = 10$

$a_2 = a + d \Rightarrow 10 + 10 = 20$

$a_3 = a + 2d \Rightarrow 10 + 2 \times 10 = 30$

$a_4 = a + 3d \Rightarrow 10 + 3 \times 10 = 40$

श्रृंखला: 10, 20, 30, 40 ....

प्रथम चार पद : 10, 20, 30 और 40

(ii) $a = -2, d = 0$

Solution:

$a = -2$

$a_2 = a + d \Rightarrow -2 + 0 = -2$

$a_3 = a + 2d \Rightarrow -2 + 2 \times 0 = -2$

$a_4 = a + 3d \Rightarrow -2 + 3 \times 0 = -2$

श्रृंखला: –2, –2, –2, –2 ....

प्रथम चार पद : –2, –2, –2 और –2

(iii) $a = 4, d = -3$

Solution:

$a = 4$

$a_2 = a + d \Rightarrow 4 + -3 = 1$

$a_3 = a + 2d \Rightarrow 4 + 2 \times -3 = -2$

$a_4 = a + 3d \Rightarrow 4 + 3 \times -3 = -5$

श्रृंखला: 4, 1, – 3, –5 ....

प्रथम चार पद : 4, 1, – 3 और –5

(IV) a = -1, d = $\frac{1}{2}$

Solution:

a = -1

$a_2 = a + d \Rightarrow -1 + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$

$a_3 = a + 2d \Rightarrow -1 + 2 \times \frac{1}{2} = 0$

$a_4 = a + 3d \Rightarrow -1 + 3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

श्रृंखला: -1, $\frac{-1}{2}$, 0, $\frac{1}{2}$ ....

प्रथम चार पद : -1, $\frac{-1}{2}$, 0 और $\frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25$, $d = -0.25$

(v) $a = -1.25$, $d = -0.25$

Solution:

a = – 1.25

$a_2 = a + d \Rightarrow -1.25 + -0.25 = -1.5$

$a_3 = a + 2d \Rightarrow -1.25 + 2 \times -0.25 = -1.75$

$a_4 = a + 3d \Rightarrow -1.25 + 3 \times -0.25 = -2$

श्रृंखला: – 1.25, - 1.5, –1.75, –2 ....

प्रथम चार पद : – 1.25, - 1.5, –1.75 और –2

Q4. निम्नलिखित में से कौन-कौन A.P हैं? यदि कोई A.P है, तो इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए और इनके तीन पद लिखिए |

(i) 3, 1, – 1, – 3, . . .

Solution:

$d_1 = a_2 - a_1$

$= 1 - 3 = - 2$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= -1 - (1) = - 2$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= -3 - (-1) = -3 + 1 = - 2$

सार्व अंतर = - 2

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं :

$a_5 = a + 4d = 3 + 4\times(- 2) = 3 - 8 = - 5$

$a_6 = a + 4d = 3 + 5\times(- 2) = 3 - 10 = - 7$

$a_7 = a + 4d = 3 + 6\times(- 2) = 3 - 12 = - 9$

- 5, - 7, - 9

(ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Solution:

$d_1 = a_2 - a_1$

$= \frac{5}{2} - 2 = \frac{5-2}{2} = \frac{1}{2}$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= 3 - \frac{5}{2} = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= \frac{7}{2} - 3 = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$

सार्व अंतर $= \frac{1}{2}$

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं:

$a_5 = a + 4d = 2 + 4\times(\frac{1}{2}) = 2 + 2 = 4$

$a_6 = a + 4d = 2 + 5\times(\frac{1}{2}) = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2}$

$a_7 = a + 4d = 2 + 6\times(\frac{1}{2}) = 2 + 3 = 5$

$4, \frac{9}{2}, 5$

(iii) – 1.2, – 3.2, – 5.2, – 7.2, . . .

Solution:

$a = -1.2$

$d_1 = a_2 - a_1$

$= -3.2 - (-1.2)$

$= -3.2 + 1.2 = -2$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= -5.2 - (-3.2)$

$= -5.2 + 3.2 = -2$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= -7.2 - (-5.2)$

$= -7.2 + 5.2 = -2$

सार्व अंतर $= -2$

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं :

$a_5 = a + 4d = -1.2 + 4\times(-2) = -1.2 - 8 = -9.2$

$a_6 = a + 4d = -1.2 + 5\times(-2) = -1.2 - 10 = -11.2$

$a_7 = a + 4d = -1.2 + 6\times(-2) = -1.2 - 12 = -13.2$

$\Rightarrow -9.2, -11.2, -13.2$

(iv) – 10, – 6, – 2, 2, . . .

Solution:

$a = -10$

$d_1 = a_2 - a_1$

$= -6 - (-10)$

$= -6 + 10 = 4$

$d_2 = a_3 - a_2$

$= -2 - (-6)$

$= -2 + 6 = 4$

$d_3 = a_4 - a_3$

$= 2 - (-2)$

= 2 + 2 = 4

सार्व अंतर = 4

चूँकि सार्व अंतर समान है इसलिए यह A.P है |

इनके अगले तीन पद हैं :

$a_5 = a + 4d = -10 + 4\times(4) = -10 + 16 = 6$

$a_6 = a + 4d = -10 + 5\times(4) = -10 + 20 = 10$

$a_7 = a + 4d = -10 + 6\times(4) = -10 + 24 = 14$

$\Rightarrow$ 6, 10, 14

प्रश्नावली 5.2

Q1. निम्नलिखित सारणी में, रिक्त स्थानों को भरिए, जहाँ A.P का प्रथम पद a, सार्व अंतर d और n वाँ पद a_n है:

Q. No.	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	………
(ii)	-18	………	10	0
(iii)	……….	- 3	18	- 5
(iv)	- 18	2.5	………	3.6
(v)	3.5	0	105	………

Solution:

(i) $a = 7, d = 3, n = 8\ a_n = ?$

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_8 = 7 + (8 - 1)3$

$= 7 + 7 \times 3 = 7 + 21$

$= 28$

(ii) $a = -18$, $n = 10$, $a_n = 0$, $d = ?$,

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_{10} = -18 + (10 - 1)d$

$0 = -18 + 9d$

$9d = 18$

$d = \frac{18}{9} = 2$

(iii) $d = -3$, $n = 18$, $a_n = -5$, $a = ?$

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_{18} = a + (18 - 1)d$

$-5 = a + 17(-3)$

$-5 + 51 = a$

$a = 46$

(iv) $a = -18.9$, $d = 2.5$, $a_n = 3.6$ $n = ?$

$a_n = a + (n - 1)d$

$3.6 = -18.9 + (n - 1)2.5$

$3.6 + 18.9 = (n - 1)2.5$

$(n - 1)2.5 = 22.5$

$n - 1 = \frac{22.5}{2.5}$

$n = 9 + 1$

$n = 10$

(v) $a = 3.5$, $d = 0$, $n = 105$, $a_n = ?$

$a_n = a + (n - 1)d$

$= 3.5 + (105 - 1)0$

$= 3.5 + 0$

$= 3.5$

Q2. निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए और उसका औचित्य दीजिए:

(i) A.P: 10, 7, 4, ... का 30 वाँ पद है:

(A) 97 (B) 77 (C) –77 (D) – 87

Solution:

$a = 10, d = 7 - 10 = -3$

30 वाँ पद = ?

$a_{30} = a + 29d$

$= 10 + 29(-3)$

$= 10 - 87$

$= - 77$

Correct Answer: (C) - 77

(ii) A.P: $-3, -\frac{1}{2}, 2$ .... का 11 वाँ पद है:

(A) 28 (B) 22 (C) –38 (D) $-48\frac{1}{2}$

Solution:

$a = -3, d = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}$

11 वाँ पद = ?

$a_{11} = a + 10d$

$= -3 + 10(\frac{5}{2})$

$= -3 + 25$

$= 22$

Correct Answer: (B) 22

Q3. निम्नलिखित समांतर श्रेढ़ी में, रिक्त खानों (boxes) के पदों को ज्ञात कीजिए |

(i) 2, $\square$, 26

(ii) $\square$, 13, $\square$, 3

(iii) 5, $\square$, $\square$, $9\frac{1}{2}$

(iv) - 4, $\square$, $\square$, $\square$, $\square$, 6

(v) $\square$, 38, $\square$, $\square$, $\square$, - 22

(i) a = 2, b = ?, c = 26

Solution:

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{2+26}{2} = \frac{28}{2} = 14$

Solution: (ii) $a_2 = 13$,

$\therefore$ $a + d = 13$ .... (1)

$a_4 = 3$

$\therefore \quad a + 3d = 3$ ....(2)

समीo (2) में से (1) घटाने पर

$a + 3d - (a + d) = 3 - 13$

$a + 3d - a - d = -10$

$2d = -10$

$$d = \frac{-10}{2} = -5$$

$d = -5$

d का मान समीo (1) में रखने पर

$a + d = 13$

$a + (-5) = 13$

$a = 13 + 5$

$a = 18$

$a_3 = a + 2d = 18 + 2(-5)$

$= 18 - 10 = 8$

अत: **18**, 13, **8**, 3

Q4. A.P. : 3, 8, 13, 18, . . . का कौन सा पद 78 है ?

Solution:

$a = 3, d = 8 - 3 = 5, a_n = 78$

$a_n = a + (n - 1) d$

$78 = 3 + (n - 1) 5$

$78 - 3 = (n - 1) 5$

$75 = (n - 1)\ 5$

$n - 1 = 75/5$

$n - 1 = 15$

$n = 15 + 1$

$n = 16$

अत: 16 वाँ पद 78 है |

Q5. निम्नलिखित समांतर श्रेढियों में से प्रत्येक श्रेढ़ी में कितने पद हैं ?

(i) 7, 13, 19, ... , 205

Solution:

$a = 7,\ d = 13 - 7 = 6,\ a_n = 205$

$a_n = a + (n - 1)\ d$

$205 = 7 + (n - 1)\ 6$

$205 - 7 = (n - 1)\ 6$

$198 = (n - 1)\ 6$

$$n - 1 = \frac{198}{6}$$

$n - 1 = 33$

$n = 33 + 1$

$n = 34$

इस श्रेढ़ी में 34 पद हैं |

(ii) $18, 15\frac{1}{2}, 13, \ldots\ldots\ldots\ldots, -47$

Solution:

$a = 18, d = \frac{31}{2} - 18 = \frac{31-36}{2} = \frac{-5}{2}, a_n = -47$

$a_n = a + (n - 1) d$

$-47 = 18 + (n - 1)\frac{-5}{2}$

$-47 - 18 = (n - 1)\frac{-5}{2}$

$-65 = (n - 1)\frac{-5}{2}$

$n - 1 = -65 \times \frac{-2}{5}$

$n - 1 = -13 \times -2$

$n = 26 + 1$

$n = 27$

इस श्रेढ़ी में 27 पद हैं |

Q6. क्या A.P., 11, 8, 5, 2 . . . का एक पद - 150 है ? क्यों ?

Solution:

$a = 11, d = 8 - 11 = -3$ और $a_n = -150$

$a_n = a + (n - 1) d$

$-150 = 11 + (n - 1) - 3$

$-150 - 11 = (n - 1) -3$

$-161 = (n - 1) - 3$

$n - 1 = \frac{-161}{-3}$

$n - 1 = 53.66$

$n = 53.66 + 1$

$n = 54.66$

यहाँ n एक भिन्नात्मक संख्या है जो n के लिए संभव नहीं है

इसलिए - 150 दिए गए A.P का पद नहीं है |

Q7. उस A.P का 31 वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11 वाँ पद 38 है और 16 वाँ पद 73 है।

Solution:

31 वाँ पद = ?

$a_{11} = 38$

$\Rightarrow a + 10d = 38$ .... (1)

$a_{16} = 73$

$\Rightarrow a + 15d = 73$ .... (2)

समीo (2) में से (1) घटाने पर

$a + 15d - (a + 10d) = 73 - 38$

$a + 15d - a - 10d = 35$

$5d = 35$

$$d = \frac{35}{5} = 7$$

$d = 7$

समीo (1) में d का मान 7 रखने पर

$a + 10d = 38$

$a = 10 (7) = 38$

$a = 38 - 70$

$a = - 32$

अब, $a_{31} = a + 30d$

$\Rightarrow a_{31} = -32 + 30(7)$

$\Rightarrow a_{31} = -32 + 210$

$\Rightarrow a_{31} = 178$

अत: 31 वाँ पद 178 है |

Q8. एक A.P में 50 पद हैं, जिसका तीसरा पद 12 है और अंतिम पद 106 है। इसका 29 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Solution:

A.P में 50 पद हैं |

अत: $n = 50$

$a_3 = 12$

$\Rightarrow a + 2d = 12$ .... (1)

और अंतिम पद 106 है।

$a_n = 106$

या $a_{50} = 106$

$\Rightarrow a + 49d = 106$ .... (2)

समीo (2) में से (1) घटाने पर

$a + 49d - (a + 2d) = 106 - 12$

$a + 49d - a - 2d = 94$

$47d = 94$

$$d = \frac{94}{47} = 2$$

$d = 2$

समीo (1) में d का मान 2 रखने पर

$a + 2d = 12$

$a = 2(2) = 12$

$a = 12 - 4$

$a = 8$

अब, $a_{29} = a + 28d$

$\Rightarrow a_{29} = 8 + 28(2)$

$\Rightarrow a_{29} = 8 + 56$

$\Rightarrow a_{29} = 64$

अत: 29 वाँ पद 64 है |

Q9. यदि किसी A.P के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा?

Solution:

$a_3 = 4$

$\Rightarrow a + 2d = 4$ .... (1)

और नौवा पद - 8 है।

$a_9 = - 8$

$\Rightarrow a + 8d = - 8$ .... (2)

समीo (2) में से (1) घटाने पर

$a + 8d - (a + 2d) = - 8 - 4$

$a + 8d - a - 2d = - 12$

$6d = - 12$

$$d = \frac{-12}{6} = -2$$

$d = - 2$

समीo (1) में d का मान 2 रखने पर

$a + 2d = 4$

$a = 2(-2) = 4$

$a = 4 + 4$

$a = 8$

अत: $a = 8$, और $d = -2$

माना n वाँ पद शून्य है |

$a_n = 0$

$a_n = a + (n - 1) d$

$\Rightarrow 0 = 8 + (n - 1) -2$

$\Rightarrow -8 = (n - 1) -2$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{-8}{-2}$$

$\Rightarrow n - 1 = 4$

$\Rightarrow n = 4 + 1 = 5$

अत: 5 वाँ पद शून्य है |

Q10. किसी A.P का 17 वाँ पद उसके 10 वें पद से 7 अधिक है। इसका सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

Solution:

चूँकि 17 वाँ पद उसके 10 वें पद से 7 अधिक है।

$\therefore a_{17} - a_{10} = 7$

$\Rightarrow a + 16d - (a + 9d) = 7$

$\Rightarrow a + 16d - a - 9d = 7$

$\Rightarrow 7d = 7$

$\Rightarrow d = 1$

सार्व अंतर = 1

Q11. A.P. : 3, 15, 27, 39, ... का कौन-सा पद उसके 54 वें पद से 132 अधिक होगा?

Solution:

$a = 3, d = 15 - 3 = 12$

$a_{54} = a + 53d$

$= 3 + 53(12)$

$= 3 + 636$

$= 639$

वह पद जो 54 वें पद से 132 अधिक होगा

$a_n = a_{54} + 132$

$= 639 + 132$

$= 771$

$a_n = a + (n - 1) d$

$\Rightarrow 771 = 3 + (n - 1) 12$

$\Rightarrow 771 - 3 = (n - 1) 12$

$\Rightarrow 768 = (n - 1) 12$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{768}{12}$$

$\Rightarrow n - 1 = 64$

$\Rightarrow n = 64 + 1 = 65$

अत: 65 वाँ पद 54 वें पद से 132 अधिक है |

Q12. दो समांतर श्रेढ़ियों का सार्व अंतर समान है। यदि इनके 100 वें पदों का अंतर 100 है, तो इनके 1000 वें पदों का अंतर क्या होगा?

Solution:

माना प्रथम A.P का प्रथम पद = a

और दुसरे A.P का प्रथम पद = a' है |

और सार्व अंतर d है [चूँकि सार्व अंतर समान है] दिया है

प्रश्नानुसार,

$a_{100} - a'_{100} = 100$

$a + 99d - (a' + 99d) = 100$

$a + 99d - a' - 99d = 100$

$a - a' = 100$ .... (1)

$a_{1000} - a'_{1000} = a + 999d - (a' + 999d)$

$= a + 999d - a' - 999d$

$= a + a'$

चूँकि $a + a' = 100$ है समीo (1) से

इसलिए, **1000 वें पदों का अंतर भी 100 है |**

Q13. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?

Solution:

तीन अंको की संख्या 100 .... 999 के बीच होती है |

अत: 7 से विभाज्य संख्यायें है:

105, 112, 119, ... 994

इससे हमें एक A.P प्राप्त होता है |

$\therefore a = 105, d = 7$ और $a_n = 994$

$a_n = a + (n - 1) d$

$\Rightarrow 994 = 105 + (n - 1) 7$

$\Rightarrow 994 - 105 = (n - 1) 7$

$\Rightarrow 889 = (n - 1) 7$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{889}{7}$$

$\Rightarrow n - 1 = 127$

$\Rightarrow n = 127 + 1 = 128$

अत: तीन अंकों वाली 7 से विभाज्य संख्या 128 हैं |

Q14. 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं?

Solution:

10 और 250 के बीच 4 के गुणज के लिए A.P है |

12, 16, 20, ... 248

$\therefore a = 12, d = 4$ और $a_n = 248$

$a_n = a + (n - 1) d$

$\Rightarrow 248 = 12 + (n - 1) 4$

$\Rightarrow 248 - 12 = (n - 1) 4$

$\Rightarrow 236 = (n - 1) 4$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{236}{4}$$

$\Rightarrow n - 1 = 59$

$\Rightarrow n = 59 + 1 = 60$

10 और 250 के बीच 4 के गुणजों की संख्या 60 हैं |

Q15. n के किस मान के लिए, दोनों समांतर श्रेढ़ियों 63, 65, 67, ... और 3, 10, 17, ... के n वें पद बराबर होंगे?

Solution:

प्रथम A.P: 63, 65, 67, ...

जिसमें, $a = 63, d = 65 - 63 = 2$

$a_n = a + (n - 1) d$

$= 63 + (n - 1) 2$

$= 63 + 2n - 2$

$= 61 + 2n$ .... (1)

द्वितीय A.P: 3, 10, 17, ...

जिसमें , $a = 3, d = 10 - 3 = 7$

$a_n = a + (n - 1) d$

$= 3 + (n - 1) 7$

$= 3 + 7n - 7$

$= - 4 + 7n$ .... (1)

चूँकि n वाँ पद बराबर हैं, इसलिए (1) तथा (2) से

$61 + 2n = - 4 + 7n$

$61 + 4 = 7n - 2n$

$5n = 65$

$n = 65/5$

$n = 13$

अत: दोनों A.P का 13 वाँ पद बराबर हैं |

Q16. वह A.P ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 है और 7 वाँ पद 5 वें पद से 12 अधिक है।

Solution:

माना प्रथम पद = a, और सार्व अंतर = d तो,

$a_3 = 16$

� $a + 2d = 16$ .... (1)

$a_7 - a_5 = 12$

$\Rightarrow a + 6d - (a + 4d) = 12$

$\Rightarrow a + 6d - a - 4d = 12$

$\Rightarrow 2d = 12$

$\Rightarrow d = 6$

अब d का मान समीकरण (1) में रखने पर '

$a + 2d = 16$

$a + 2(6) = 16$

$a + 12 = 16$

$a = 16 - 12$

$a = 4$

$a, a + d, a + 2d, a + 3d$ ....

$\Rightarrow 4, 4 + 6, 4 + 2(6), 4 + 3(6)$, ...

अत: अभीष्ट A.P: $\Rightarrow 4, 10, 16, 22$ ....

Q17. A.P. : 3, 8, 13, ..., 253 में अंतिम पद से 20 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Solution:

दिया गया A.P. : 3, 8, 13, ..., 253 है |

प्रथम पद की ओर से $a = 3, d = 8 - 3 = 5$

परन्तु अंतिम पद से $a = 253, n = 20$,

और सार्व अंतर $d = - 5$, [चूँकि अंतिम पद से d का मान ऋणात्मक हो जायेगा]

$a_{20} = a + 19d$

$= 253 + 19(-5)$

$= 253 - 95$

$= 158$

अत: अंतिम पद से 20 वाँ पद 158 है |

Q18. किसी A.P. के चौथे और 8 वें पदों का योग 24 है तथा छठे और 10 वें पदों का योग 44 है। इस A.P. के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।

Solution:

$a_4 + a_8 = 24$

या $a + 3d + a + 7d = 24$

या $2a + 10d = 24$

या $2(a + 5d) = 24$

या $a + 5d = \frac{24}{2} = 12$

या $a + 5d = 12$ …………………… (1)

इसीप्रकार,

$A_6 + a_{10} = 44$

या $a + 5d + a + 9d = 44$

या $2a + 14d = 44$

या $2(a + 7d) = 44$

या $a + 7d = \frac{44}{2} = 22$

या $a + 7d = 22$ …………………….. (2)

समीकरण (2) में से (1) घटाने पर

$(a + 7d) – (a + 5d) = 22 - 12$

या $a + 7d – a - 5d = 10$

या $2d = 10$

या $d = 5$

समीकरण (1) में $d = 5$ रखने पर

$a + 5(5) = 12$

या $a + 25 = 12$

या $a = 12 – 25$

या $a = - 13$

अत: A.P के प्रथम 3 पद है :

-13, -13 + 5, -13 + 2(5)

-13, - 8, - 3

Q19. सुब्बा राव ने 1995 में D 5000 के मासिक वेतन पद कार्य आरंभ किया और प्रत्येक वर्ष 200 की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उसका वेतन D 7000 हो गया?

Solution:

दिए गए सुचना से हमें एक A.P प्राप्त होता है :

A.P: 5000, 5200, 5400, ………………….. 7000

$a = 5000, d = 200, a_n = 7000$

$a_n = a + (n – 1)d$

$7000 = 5000 + (n – 1)200$

$7000 – 5000 = (n – 1)200$

$2000 = (n – 1)200$

$$(n – 1) = \frac{2000}{200}$$

$n - 1 = 20$

$n = 20 + 1$

$n = 21$ वर्ष

अत: 21 वर्ष बाद उसका वेतन 7000 हो जायेगा |

1995 + 21 = 2016 में हो जायेगा |

Q20. रामकली ने किसी वर्ष के प्रथम सप्ताह में D 5 की बचत की और फिर अपनी साप्ताहिक बचत D 1.75 बढ़ाती गई। यदि n वें सप्ताह में उसकी साप्ताहिक बचत D 20.75 हो जाती है, तो n ज्ञात कीजिए।

Solution:

इस सुचना से एक A.P प्राप्त होती है :

A.P: 5, 6.75, 8.50, ..., 20.75

$A = 5, d = 1.75, a_n = 20.75$

$a_n = a + (n – 1)d$

$20.75 = 5 + (n – 1)1.75$

$20.75 – 5 = (n – 1)1.75$

$15.75 = (n – 1)1.75$

$$(n-1) = \frac{15.75}{1.75}$$

$n - 1 = 9$

$n = 9 + 1$

$n = 10$

प्रश्नावली 5.3

Q1. निम्नलिखित समांतर श्रेढियों का योग ज्ञात कीजिए :

(i) 2, 7, 12, . . ., 10 पदों तक

(ii) –37, –33, –29, . . ., 12 पदों तक

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, . . ., 100 पदों तक

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$, 10 पदों तक

Solution:

(i) 2, 7, 12, ... 10 पदों तक

$a = 2, d = 7 - 2 = 5, n = 10$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}\{2\times2 + (10-1)5\}$$

$= 5(4 + 9 \times 5)$

$= 5(4 + 45)$

$= 5(49)$

$= 245$

Solution:

(ii) –37, –33, –29, . . ., 12 पदों तक

a = –37, d = –33 – (–37) = –33 + 37 = 4, n = 12

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}\{-37 \times 2 + (12 - 1)4\}$$

$$= 6(-74 + 11 \times 4)$$

$$= 6(-74 + 44)$$

$$= 6(-30)$$

$$= -180$$

Solution:

(iii) 0.6, 1.7, 2.8, . . ., 100 पदों तक

a = 0.6, d = 1.7 – 0.6 = 1.1, n = 100,

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$$

$$S_{100} = \frac{100}{2}\{0.6 \times 2 + (100 - 1)1.1\}$$

$$= 50(1.2 + 99 \times 1.1)$$

$$= 50(1.2 + 108.9)$$

$$= 50(110.1)$$

$$= 5505$$

Solution:

(iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots .,$ 11 पदों तक

$a = \frac{1}{15}, d = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{5-4}{60} = \frac{1}{60}, n = 11$

$S_n = \frac{n}{2}\{ 2a + (n-1)d \}$

$S_{11} = \frac{11}{2}\{2 \times \frac{1}{15} + (11-1)\frac{1}{60}\}$

$= \frac{11}{2}(\frac{2}{15} + 10 \times \frac{1}{60})$

$= \frac{11}{2}(\frac{2}{15} + \frac{1}{6})$

$= \frac{11}{2}(\frac{4+5}{30})$

$= \frac{11}{2} \times \frac{3}{10}$

$= \frac{33}{20}$

Q2. नीचे दिए हुए योगफालों को ज्ञात कीजिये:

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \ldots\ldots + 84$

(ii) 34 + 32 + 30 + . . . + 10

(iii) –5 + (–8) + (–11) + . . . + (–230)

Solution:

(i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \ldots\ldots + 84$

$a = 7\ d = \frac{21}{2} - 7 = \frac{7}{2},\ a_n = 84,$

$a_n = a + (n - 1)d$

$84 = 7 + (n - 1)\frac{7}{2}$

$84 - 7 = (n - 1)\frac{7}{2}$

$77 = (n - 1)\frac{7}{2}$

$n - 1 = 77 \times \frac{2}{7}$

$n - 1 = 22$

$n = 22 + 1$

$n = 23$

$$S_n = \frac{n}{2}\{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$S_{23} = \frac{23}{2}\{2 \times 7 + (23 - 1)\frac{7}{2}\}$$

$$= \frac{23}{2}(14 + 22 \times \frac{7}{2})$$

$$= \frac{23}{2}(14 + 77)$$

$$= \frac{23}{2}(91)$$

$$= \frac{2093}{2}$$

$$= 1046\frac{1}{2}$$

(ii) 34 + 32 + 30 + . . . + 10

Solution:

a = 34, d = 32 – 34 = -2, a_n = 10

a_n = a + (n -1)d

10 = 34 + (n – 1)-2

10 – 34 = (n – 1)-2

-24 = (n – 1)-2

$$n - 1 = \frac{-24}{-2}$$

$$n - 1 = 12$$

$$n = 12 + 1$$

$$n = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}\{2 \times 34 + (13-1)\text{-}2\}$$

$$= \frac{13}{2}(68 - 24)$$

$$= \frac{13}{2}(44)$$

$$= 13 \times 22$$

$$= 286$$

(iii) –5 + (–8) + (–11) + . . . + (–230)

Solution:

$a = -5$, $d = (-8) - (-5) = -8 + 5 = -3$, $a_n = -230$

$a_n = a + (n - 1)d$

$-230 = -5 + (n - 1)-3$

$-230 + 5 = (n - 1) -3$

$-225 = (n - 1)-3$

$$n - 1 = \frac{-225}{-3}$$

$$n - 1 = 75$$

$$n = 75 + 1$$

$$n = 76$$

$$S_n = \frac{n}{2}\{ 2a + (n - 1)d \}$$

$$S_{13} = \frac{76}{2}\{ 2 \times -5 + (76 - 1) -3 \}$$

$$= \frac{76}{2}\{-10 + 75(-3)\}$$

$$= 38(-235)$$

$$= -8930$$

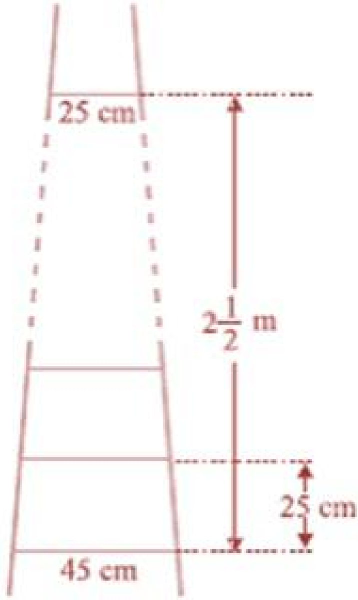
प्रश्नावली5.4

Q1. .A.P : 121,117,113,...., का कौन -सा पद सबसे पहला ऋणात्मक पद होगा ?

[संकेत : $a_n<0$ के लिए n ज्ञात कीजिए |]

Q2. किसी A.P. के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 है और उनका गुणनफल 8 है | इस A.P. के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए |

Q3. एक सीढ़ी के क्रमागत डंडे परस्पर 25 cm की दुरी पर हैं| (देखिए आकृति 5.7) |



डंडों की लंबाई एक समान रूप से घटती जाती है तथा सबसे निचले डंडे की लंबाई 45 cm है और सबसे ऊपर वाले डंडे की लंबाई 25 cm है | यदि ऊपरी और निचले डंडे के बीच की दुरी 2,1/2 m है, तो डंडों को बनाने के लिए लकड़ी की कितनी लंबाई की आवश्यकता होगी ?

[संकेत : डंडों की संख्या = 250/ 25 हैं |]

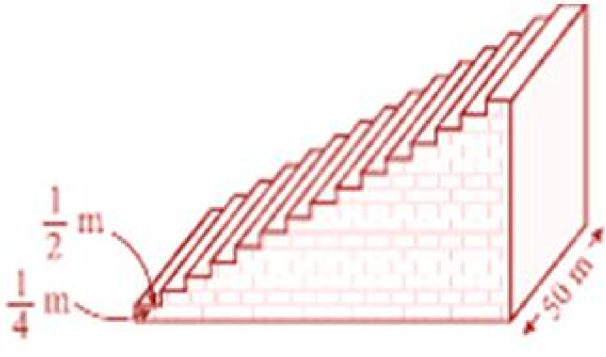
Q4. एक पंक्ति के मकानों को क्रमागत रूप से संख्या 1 से 49 तक अंकित किया गया है | दर्शाइए कि x का एक ऐसा मान है x से अंकित मकान से पहले के मकानों की संख्याओं का योग उसके बाद वाले मकानों की संख्याओं के योग के बराबर है | x का मान ज्ञात कीजिए |

[संकेत : $S_{x-1} = S_{49} - S_x$ है |]

Q5. एक फुटबॉल के मैदान में एक छोटा चबूतरा है जिसमें 15 सीढीयाँ बनी हुई हैं | इन सीढीयों में से प्रत्येक की लंबाई 50m है वह ठोस कंक्रीट (concrete) की बनी है प्रत्येक सीढ़ी में 1/4 m की चौड़ाई है और 1/2 m का फैलाव (चौड़ाई) है | (देखिए आकृति 5.8)| इस

चबूतरे को बनाने में लगी कंक्रीट का कुल आयतन परिकलित कीजिए |

[संकेत : पहली सीढ़ी को बनाने में लगी कंक्रीट का आयतन = 1/4 x 1/2 x 50m³ है।]



आकृति 5.8