

७:निर्देशांक ज्यामिति

प्रश्नावली: 7.1

प्रश्न 1. बिंदुओं के निम्नलिखित युग्मों के बीच की दूरियाँ ज्ञात कीजिए

(i). $(2,3),(4,1)$

(ii). $(5,7),(1,3)$

(iii). $(a,b),(-a,-b)$

प्रश्न 2. बिंदुओं $(0,0)$ और $(36,15)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। क्या अब आप अनुच्छेद 7.2 में दिए दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी ज्ञात कर सकते हैं ?

प्रश्न 3. निर्धारित कीजिए कि क्या बिंदु $(1,5),(2,3)$ और $(-2,-11)$ संरेखी हैं।

प्रश्न 4. जांच कीजिए कि क्या बिंदु $(5,2),(6,4)$ और $(7,2)$ एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

प्रश्न 5. किसी कक्षा में, चार मित्र बिंदुओं A, B, C और D पर बैठे हुए हैं, जैसा कि आवृत्ति 7.8 में दर्शाया गया है। चंपा और चमेली कक्षा के अंदर आती हैं और कुछ मिनट तक देखने के बाद, चंपा चमेली से पूछती है, 'क्या तुम नहीं सोचती हो कि ABCD एक वर्ग है ?' चमेली इससे सहमत नहीं है। दूरी सूत्र का प्रयोग करके , बताइए कि इनमें कौन सही है।

प्रश्न6. निम्नलिखित बिंदुओं द्वारा बनेवाले चतुर्भुज का प्रकार यदि कोई है तो बताइए तथा अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए:

(i). $(-1,-2),(1,0),(-1,2),(-3,0)$

(ii). $(-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1,- 4)$

(iii). $(4,5) ,(7,6),(4,3),(1,2)$

प्रश्न7. X-अक्ष पर वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो $(2,-5)$ और $(-2,9)$ से समदूरस्थ हैं।

प्रश्न8. पता वह मान ज्ञात कीजिए, जिस के लिए बिंदु $(2,-3)$ और $(10,y)$ के बीच की दूरी 10 मात्राक है।

प्रश्न9. यदि $Q(0,1)$, बिंदुओं $P(5,3)$ और $R(x,6)$ से समदूरस्थ है, तो x के मान ज्ञात कीजिए। दूरियाँ QP और PR भी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न10. x और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x,y) - बिंदुओं $(3,6)$ और $(-3,4)$ से समदूरस्थ हो।

उत्तर

उत्तर1.

$$\begin{aligned} \text{(i). दूरी} &= \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii). दूरी} &= \sqrt{(1-5)^2 + (3-7)^2} \\ &= \sqrt{16+16} \\ &= \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) दूरी} &= \sqrt{(a-(-a))^2 + (b-(-b))^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} \\ &= 2\sqrt{(a^2 + b^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{उत्तर2. दूरी} &= \sqrt{(36-0)^2 + (15-0)^2} \\ &= \sqrt{36^2 + 15^2} \\ &= \sqrt{1521} \\ &= 39 \end{aligned}$$

दोनों शहरों A और B के बीच की दूरी=39 KM

उत्तर 3. मान लीजिये $A=(1,5)$, $B=(2,3)$ $C=(-2,-11)$

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{(1-2)^2 + (5-3)^2} \\&= \sqrt{1+4} \\&= \sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{(-2-2)^2 + (-11-3)^2} \\&= \sqrt{(4)^2 + (14)^2} \\&= \sqrt{212}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{(-2-1)^2 + (-11-5)^2} \\&= \sqrt{(3)^2 + (16)^2} \\&= \sqrt{9+256} \\&= \sqrt{265}\end{aligned}$$

जैसा की हम देख सकते हैं $AB+BC \neq AC$, तो दिए गए बिंदु संरेखी नहीं है।

उत्तर 4. मान लीजिये $A=(5,-2)$, $B=(6,4)$ $C=(7,-2)$

$$\begin{aligned}AB &= \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)^2} \\&= \sqrt{(1)^2 + (6)^2} \\&= \sqrt{1+36} \\&= \sqrt{37}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{(6-7)^2 + (-4-2)^2} \\&= \sqrt{(1)^2 + (6)^2} \\&= \sqrt{1+36} \\&= \sqrt{37}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}AC &= \sqrt{(7-5)^2 + (2-2)^2} \\&= \sqrt{(2)^2} \\&= 2\end{aligned}$$

जैसा की हम देख सकते हैं $AB=BC$, तो दिए गए बिंदु एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।

उत्तर 5. बिंदु A के निर्देशांक हैं (3,4)

बिंदु B के निर्देशांक हैं (6,7)

बिंदु C के निर्देशांक हैं (6,1)

बिंदु D के निर्देशांक हैं (9,4)

$$AB = \sqrt{(6 - 3)^2 + (7 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{(6 - 9)^2 + (7 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$CD = \sqrt{(6 - 9)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$AD = \sqrt{(6 - 3)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9}$$

$$= \sqrt{18}$$

$$AC = \sqrt{(3 - 9)^2 + (4 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2}$$

$$= 6$$

$$BD = \sqrt{(6 - 6)^2 + (7 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{36}$$

$$= 6$$

जैसा की हम देख सकते हैं की $AB=BC=CD=AD$ और ABCD के विकर्ण AC, BD भी बराबर हैं तो ABCD एक वर्ग है।

$$\text{उत्तर 6. } AB = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (-2 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$BC = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(-3 + 1)^2 + (2 - 0)^2} \\
 &= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 4} \\
 &= \sqrt{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AD &= \sqrt{(-3 + 1)^2 + (-2 - 0)^2} \\
 &= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 4} \\
 &= \sqrt{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2} \\
 &= \sqrt{(0)^2 + (4)^2} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BD &= \sqrt{(1 - (-3))^2 + (0 - 0)^2} \\
 &= \sqrt{(4)^2} \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

AB=BC=CD=AD और AC=BD तो हम ये कह सकते हैं की एक वर्ग है।

(ii)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(-3 - 3)^2 + (5 - 1)^2} \\
 &= \sqrt{(6)^2 + (4)^2} \\
 &= \sqrt{36 + 16} \\
 &= \sqrt{52}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(3 - 0)^2 + (1 - 3)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (2)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 4} \\
 &= \sqrt{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(0 - (-1))^2 + (3 - (-4))^2} \\
 &= \sqrt{(1)^2 + (7)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 49} \\
 &= \sqrt{50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AD &= \sqrt{(-3 - (-1))^2 + (5 - (-4))^2} \\
 &= \sqrt{(2)^2 + (9)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 81} \\
 &= \sqrt{85}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad AB &= \sqrt{(4 - 7)^2 + (5 - 6)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (1)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 1} \\
 &= \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(7 - 4)^2 + (6 - 3)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (3)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 9} \\
 &= \sqrt{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(4 - 1)^2 + (3 - 2)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (1)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 1} \\
 &= \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AD &= \sqrt{(4 - 1)^2 + (5 - 2)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (3)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 9} \\
 &= \sqrt{18}
 \end{aligned}$$

$$AC = \sqrt{(4 - 4)^2 + (5 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{(0)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$= 3$$

$$BD = \sqrt{(7-1)^2 + (6-2)^2}$$

$$= \sqrt{(6)^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 16}$$

$$= \sqrt{52}$$

जैसा की हम देख सकते हैं चतुर्भुज की विपरीत भुजाएं बराबर हैं और विकर्ण बराबर नहीं हैं तो यह एक आयत है।

उत्तर 7. चूँकि बिंदु x अक्स पर है तोह मान लीजिये की उसके

निर्देशांक हैं (x,0).

और इस बिंदु की दूरी (2,5) और (-2,9) से बराबर है तो

$$\sqrt{(x-2)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (0-9)^2}$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (5)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (5)^2}$$

$$(x-2)^2 + 25 = (x+2)^2 + 81$$

$$(x - 2)^2 - (x + 2)^2 = 81 - 25 = 65$$

$$-4(2x) = 56$$

$$x = -7$$

तो बिंदु है $(-7, 0)$ |

उत्तर 8: $(2, 3)$ और $(10, y)$ बीच की दूरी 10 मात्राक है तो

$$\sqrt{(2 - 10)^2 + (-3 - y)^2} = 10$$

$$\sqrt{64 + (-3 - y)^2} = 10$$

$$64 + (y + 3)^2 = 100$$

$$(y + 3)^2 = 36$$

$$y + 3 = \pm 6$$

$$y = 3, -9$$

उत्तर 9: चूँकि Q की दूरी P और R से बराबर है तो

$$PQ = QR$$

अथवा

$$\sqrt{(-3 - 1)^2 + (5 - 0)^2} = \sqrt{(0 - x)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$\sqrt{(4)^2 + (5)^2} = \sqrt{(x)^2 + (5)^2}$$

$$(x)^2 = 16$$

$$x = \underline{+4}$$

तो R के निर्देशांक हैं (10,4) और (10,-4)

यदि $y=4$:

$$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(5 - 4)^2 + (-3 - 6)^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + (9)^2} \\ &= \sqrt{82} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(0 - 4)^2 + (1 - 6)^2} \\ &= \sqrt{(4)^2 + (5)^2} \\ &= \sqrt{41} \end{aligned}$$

यदि $y=-4$:

$$\begin{aligned}
 QR &= \sqrt{(0 - 4)^2 + (1 - 6)^2} \\
 &= \sqrt{(4)^2 + (5)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 25} \\
 &= \sqrt{41}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PR &= \sqrt{(5 - (-4))^2 + (-3 - 6)^2} \\
 &= \sqrt{(9)^2 + (9)^2} \\
 &= \sqrt{162}
 \end{aligned}$$

उत्तर 10. मान लीजिये $A=(3,6)$, $B=(-3,4)$ और इन दोनों बिंदुओं से सामान दूरी पे है तो

$$XA = XB$$

$$\sqrt{(x - 3)^2 + (y - 6)^2} = \sqrt{(x - (-3))^2 + (y - 4)^2}$$

$$\sqrt{(x - 3)^2 + (y - 6)^2} = \sqrt{(x + 3)^2 + (y - 4)^2}$$

$$(x - 3)^2 + (y - 6)^2 = (x + 3)^2 + (y - 4)^2$$

$$(2x) (-6) = (2y - 10) (-2)$$

$$-6x=2y-10$$

$$2y+6x=10; \quad y+3x=5$$

प्रश्नावली 7.2

प्रश्न1. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं $(-1,7)$ और $(4,3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

प्रश्न2. बिन्दुओं $(4,-1)$ और $(-2,-3)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न3. आपके स्कूल में खेल -कूद क्रियाकलाप आयोजित करने के लिए, एक आयताकार मैदान ABCD में, चुने से परस्पर 1m की दूरी पर पंक्तियाँ बनाई गई हैं। AD के अनुदिश परस्पर 1m की दूरी पर 100 गमले रखे हैं, जैसा कि आकृति 7.12 में दर्शाया गया है। निहारिका दूसरी पंक्ति में AD के $\frac{1}{4}$ भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहाँ एक हरा झंडा गाड़ देती है। प्रीत आठवीं पंक्ति में AD के $\frac{1}{5}$ भाग के बराबर की दूरी दौड़ती है और वहाँ एक लाल झंडा गाड़ देती है दोनों झंडों के बीच की दूरी क्या है? यदि रश्मि को एक नीला झंडा इन दोनों झंडों को मिलाने वाले रेखाखंड पर ठीक आधी दूरी (बीच में) पर गाड़ना हो तो उसे अपना झंडा कहाँ गाड़ना चाहिए ?

प्रश्न4. बिन्दुओं $(-3,10)$ और $(6,-8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को बिन्दु $(-1,6)$ किस अनुपात में विभाजित करता है।

प्रश्न5. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिन्दुओं $A(1,-5)$ और $B(-4,5)$ को मिलाने वाला रेखाखंड x - अक्ष से विभाजित होता है। इस विभाजन बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न6. यदि बिन्दु $(1,2), (4,y), (x,6)$ और $(3,5)$, इसी क्रम में लेने पर, एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष हो तो x और y ज्ञात कीजिए।

प्रश्न7. बिन्दु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है जिसका केंद्र $(2,-3)$ है तथा B के निर्देशांक $(1,4)$ हैं।

प्रश्न8. यदि A और B क्रमशः $(-2,-2)$ और $(2,-4)$ हो तो बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि $AP = \frac{3}{7}AB$ हो और P रेखाखंड AB पर स्थित हो।

प्रश्न9. बिन्दुओं $A(-2,2)$ और $B(2,8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न10. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में, $(3,0), (4,5), (-1,4)$ और $(-2,-1)$ हैं।

उत्तर

उत्तर 1. मान लीजिये की बिंदु है $P(x,y)$

यहाँ $m:n = 2:3$

तो

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{2(4) + 3(-1)}{2+3} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{2(-3) + 3(7)}{2+3} = \frac{15}{5} = 3$$

तो हमारा $P = (1, 5)$

उत्तर 2. मान लीजिये की सम त्रिभाजित करने वाले बिंदु है X और Y

तो X बिंदु रेखा को 1:2 अनुपात में विभाजित करेगा

तो X का x- निर्देशांक होगा

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{1(-2) + 2(4)}{1+2} = \frac{-2+8}{3} = 2$$

X का y- निर्देशांक होगा

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{1(-3) + 2(-1)}{2+1} = \frac{-3-2}{3} = \frac{-5}{3}$$

और Y रेखा को 2:1 अनुपात में विभाजित करता है
तो Y का x- निर्देशांक होगा

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{2(-2) + 1(4)}{2+1} = \frac{-4+4}{3} = 0$$

और Y का y -निर्देशांक होगा

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{2(-3) + 1(-1)}{2+1} = \frac{-6-1}{3} = \frac{-7}{3}$$

(4,-1) और (-2,-3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम त्रिभाजित करने वाले बिंदु है $(2, \frac{-5}{3}) ; (0, \frac{-7}{3})$

उत्तर 3. अगर देखा जाए तो हरे झंडे के निर्देशांक हैं (0,25)

और लाल झंडे के निर्देशांक हैं (8,20)

$$\begin{aligned}\text{तोह दोनों झंडों के बीच की दूरी होगी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(8 - 2)^2 + (20 - 25)^2} \\ &= \sqrt{36 + 25} \\ &= \sqrt{61}\text{m}\end{aligned}$$

और झंडों के बीच की रेखा को दो हिस्सों में बांटने वाले बिंदु के निर्देशांक होंगे

$$x = \frac{2+8}{2} = 5 \quad [\text{क्योंकि यह}$$

बिंदु रेखा को के 1:1

अनुपात में काटेंगे]

$$y = \frac{25+20}{2} = 22.5$$

मतलब हमें नीला झंडा पांचवीं रेखा पे की दूरी पे गड़ना पड़ेगा

उत्तर 4. मान लेते हैं की यह बिंदु रेखा को m:n अनुपात में विभाजित करता है

तो अनुपात नियम के हिसाब से

$$-1 = \frac{m(6)+n(-3)}{m+n}$$

$$-1 = \frac{6m-3n}{m+n}$$

$$-1(m+n) = 6m-3n$$

$$7m - 2n = 0$$

$$\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$$

और

$$6 = \frac{m(-8)+n(10)}{m+n}$$

$$6(m+n) = 10n-8m$$

$$14m-4n=0$$

$$7m-2n=0$$

$$\frac{m}{n} = \frac{2}{7}$$

उत्तर 5. चूँकि विभाजन बिंदु x-अक्ष पर स्थित है तो मान लीजिये इसके

निर्देशांक है $(x,0)$ और यह को $k : 1$ के अनुपात में विभाजित कर रहा है।

तो अनुपात नियम के आधार पर हम कह सकते हैं

$$0 = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$\frac{k(5) + 1(-5)}{k+1} = 0$$

$$5k - 5 = 0$$

$$K = 1$$

यानी अनुपात है $1 : 1$

और

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{1(-4) + 1(1)}{2}$$

$$x = -3$$

तो बिंदु के निर्देशांक होंगे $(-3,0)$

उत्तर 6. इस चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभागों में काटते होंगे

क्योंकि यह एक समान्तर चतुर्भुज है।

मन लेते हैं विकरणों के मिलने का बिंदु है $X(m,n)$.

तो X AC, BD को $1:1$ में कटेगा

$$m = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$m = \frac{x+1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$x+1 = 7$$

$$x = 6$$

$$n = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$n = \frac{y+5}{2} = 8$$

$$y+5 = 16$$

$$y = 11$$

उत्तर 7.

हम जानते हैं की वृत्त का केंद्र उसके व्यास को दो हिस्सों में बाँटता है।

तो हम यह कह सकते हैं की केंद्र व्यास को 1:1 के अनुपात ,में काटेंगे।

$$\text{तो} \quad 2 = \frac{1+x}{2}$$

$$1+x = 4$$

$$x = 3$$

$$-3 = \frac{y+4}{2}$$

$$y + 4 = -6$$

$$y = -8$$

उत्तर 8.

$$AP = \frac{3}{7} AB$$

$$AP = \frac{3}{7} (AP + PB)$$

$$(1 - \frac{3}{7}) AP = \frac{3}{7} PB$$

$$\frac{4}{7} AP = \frac{3}{7} PB$$

$$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$$

इसका मतलब को 3:4 अनुपात में विभाजित करता है
मान लीजिये P के निर्देशांक है P(x,y)
तो

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

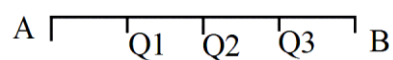
$$x = \frac{3(2) + 4(2)}{3+4} = \frac{6+8}{7} = \frac{14}{7}$$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{3(-4) + 4(-2)}{3+4} = \frac{-12-8}{7} = \frac{-20}{7}$$

P के निर्देशांक है $(\frac{14}{7}, \frac{-20}{7})$.

उत्तर 9.



मान लीजिये X_1, X_2, X_3 को चार समान भागों में विभाजित

करते हैं

तो X_1 रेखा को के 1:3 अनुपात में विभाजित करेगा
मतलब X_1 के निर्देशांक होंगे

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{1(2) + 3(-2)}{1+3} = \frac{2-6}{4} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$y = \frac{my_1 + ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{1(8) + 3(2)}{1+3} = \frac{8+6}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

तो X_2 रेखा को के 1:1 अनुपात में विभाजित करेगा
मतलब X_2 के निर्देशांक होंगे

$$x = \frac{mx_1 + nx_2}{m+n}$$

$$x = \frac{1(2)+1(-2)}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y = \frac{my_1+ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{1(8)+1(2)}{1+1} = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

तो X_3 रेखा को के 3:1 अनुपात में विभाजित करेगा
मतलब X_3 के निर्देशांक होंगे

$$x = \frac{mx_1+nx_2}{m+n}$$

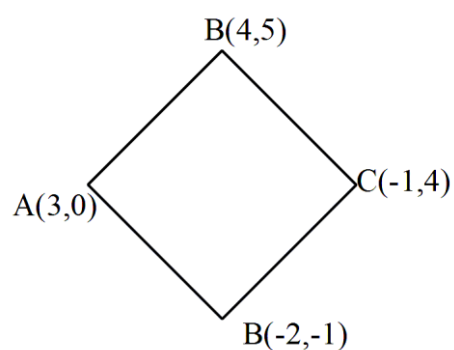
$$x = \frac{3(2)+1(-2)}{1+3} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y = \frac{my_1+ny_2}{m+n}$$

$$y = \frac{3(8)+1(2)}{1+3} = \frac{24+2}{4} = \frac{13}{2}$$

तो ज्ञात हुए बिंदु हैं $(-1, \frac{7}{2}) ; (0, 5) ; (1, \frac{13}{2})$

उत्तर 10.



इस चतुर्भुज का क्षेत्रफल इसके विकरणों की लम्बाई से ज्ञात किया जा सकता है

$$\begin{aligned}\text{विकरण की लम्बाई होगी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-1 - 3)^2 + (4 - 0)^2} \\ &= \sqrt{16 + 16}\end{aligned}$$

$$= 4\sqrt{2}\text{units}$$

$$\begin{aligned}\text{विकरण की लम्बाई होगी} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (-1 - 5)^2} \\ &= \sqrt{36 + 36} \\ &= 6\sqrt{2}\text{units}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} &= 0.5(AC \times BD) \\ &= 0.5(4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}) \\ &= 0.5(48) \\ &= 24 \text{ sq. units}\end{aligned}$$

प्रश्नावली 7.3

प्रश्न 1. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष हैं:

- (i) $(2,3), (-1,0), (2,-4)$
- (ii) $(-5,-1), (3,-5), (5,2)$

प्रश्न 2. निम्नलिखित में से प्रत्येक में 'k' का मान ज्ञात कीजिए ताकि तीनों बिन्दु संरेखी हों:

(i) $(7, -2), (5, 1), (3, k)$

(ii) $(8, 1), (k, -4), (2, -5)$

प्रश्न 3. शीर्षों $(0, -1), (2, 1)$ और $(0, 3)$ वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिंदुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष, इसी क्रम में $(-4, -2), (-3, -5), (3, -2), (2, 3)$ हैं।

प्रश्न 5. कक्षा ix में अपने पढ़ा है (अध्याय 9, उदाहरण 3) कि किसी त्रिभुज की एक माधिका उसे बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों में विभाजित करती है। उस त्रिभुज ABC के लिए इस परिणाम का सत्यापन कीजिए जिसके शीर्ष A $(4, -6)$,

B $(3, -2)$, C $(5, 2)$ हैं।

उत्तर 1. (i) त्रिभुज के शीर्ष दिए गए हैं, उनकी सहायता से त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

में लीजिए तीन शीर्ष हैं, A $(2, 3)$, B $(-1, 0)$, C $(2, -4)$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [2(0 + 4) + (-1)(-4 - 3) + 2(3 - 0)] \\ &= \frac{1}{2} [2(4) - 1(-7) + 2(3)] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 7 + 6]$$

$$= \frac{1}{2} [21]$$

$$= \frac{21}{2}$$

(ii) माना कि A (-5,-1), B (3,-5), C(5,2)

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [-5\{-5-2\} + 3(2+1) + 5(-1+5)]$$

$$= \frac{1}{2} [-5(-7) + 3(3) + 5(4)]$$

$$= \frac{1}{2} [35 + 9 + 20]$$

$$= \frac{1}{2} \times 64$$

$$= 32$$

उत्तर 2. (i) माना कि बिन्दु A (7,-2), B(5,1), C(3,K)

यदि बिंदुएं संरेखी है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 होगा

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

$$= \frac{1}{2} [7(1-k) + 5(k+2) + 3(-2-1)] = 0$$

$$= \frac{1}{2} [7 - 7k + 5k + 10 - 9] = 0$$

$$= \frac{1}{2} (8-2k) = 0$$

$$\frac{8}{2} - \frac{2k}{2} = 0$$

$$4 - k = 0$$

$$K = 4$$

ii) A (8,1), B(k,-4), C(2,-5)

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$$

(यदि बिंदुएं संरेखीं हैं, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 होगा)

$$\frac{1}{2} [8(-4+5) + k(-5-1) + 2(1+4)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [8(1) + k(-6) + 2(5)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [8 - 6k + 10] = 0$$

$$\frac{1}{2} (-6k + 18) = 0$$

$$-6k + 18 = 0$$

$$18 = 6k$$

$$K = \frac{18}{6}$$

$$K = 3$$

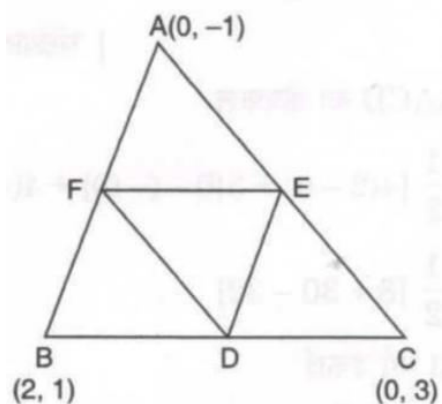
उत्तर 3: माना दिया गया त्रिभुज ABC है, जिसके शीर्ष बिन्दु क्रमशः

A (0,2) , B(2,1) , C(0,3) हैं। हमें भुजाओं, AB, BC, और

AC के मध्य बिंदुओं को मिलाने से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना है।

उसके लिए हमें पहले इन भुजाओं के मध्य बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात करने होंगे।

माना AB का मध्य बिन्दु F है,



BC का मध्य बिन्दु D है, तथा E भुजा AC का मध्य बिन्दु है।

$$D \rightarrow \left\{ \frac{2+0}{2}, \frac{1+3}{2} \right\}$$

$$D \rightarrow (1, 2)$$

$$E \rightarrow \left\{ \frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2} \right\}$$

$$E \rightarrow (0, 1)$$

$$F \rightarrow \left\{ \frac{0+2}{2}, \frac{-1+1}{2} \right\}$$

$$F \rightarrow (1, 0)$$

$\triangle DEF$ का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\frac{1}{2} [1(1-0) + 0(0-2) + 1(2-1)]$$

$$\frac{1}{2} [1 + 0 + 1]$$

$$\frac{1}{2} (2)$$

$$= 1 \text{ वर्ग इकाई।}$$

अब बड़े त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [0(1-3) + 2(3+1) + 0(-1-1)]$$

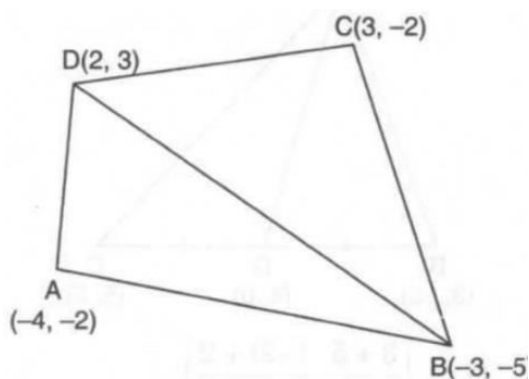
$$= \frac{1}{2} [0 + 8 + 0]$$

$$= 4 \text{ वर्ग इकाई।}$$

$\triangle DEF$ तथा $\triangle ABC$ के क्षेत्रफल का अनुपात

$$1:4$$

उत्तर 4: माना कि दिया गया चतुर्भुज ABCD है, तथा शीर्ष बिन्दु A(-4, -2), B(-3, -5), C(3, -2), D(2, 3) हैं।



दबिन्दु B तथा बिन्दु D को मिला दे तो वो चतुर्भुज का विकर्ण होगा, तथा चतुर्भुज को दो भागों में विभाजित करता है।

इससे दो त्रिभुज बनेंगे, ΔABD तथा ΔCBD

इन दोनों त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करके हम चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात सकते हैं।

ΔABD का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [(-4)(-5 - 3) + (-3)(3 + 2) + 2(-2 + 5)] \\ &= \frac{1}{2} [-4(-8) - 3(5) + 2(3)] \\ &= \frac{1}{2} [32 - 15 + 6] \\ &= \frac{1}{2} \times 23 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

ΔCBD का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [3(-5 - 3) + (-3)(3 + 2) + 2(-2 + 5)] \\ &= \frac{1}{2} [3(-8) - 3(5) + 2(3)] \\ &= \frac{1}{2} [-24 - 15 + 6] \\ &= \frac{1}{2} (-33) \\ &= -\frac{33}{2} \end{aligned}$$

परन्तु क्षेत्रफल ऋणात्मक नहीं होता

इसलिए $\frac{33}{2}$

दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफल का योग

$$\Delta ABD + \Delta CBD$$

$$= \frac{23}{2} + \frac{33}{2}$$

$$= \frac{56}{2}$$

$$= 28$$

चतुर्भुज A B C D का क्षेत्रफल = 28 वर्ग इकाई।

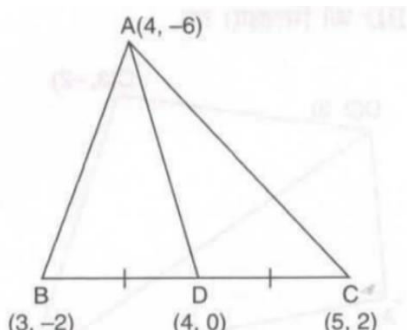
उत्तर 5: एक त्रिभुज दिया गया है जिसके शीर्ष बिन्दु है,

$$A(4, -6), B(3, -2), C(5, 2)$$

ΔABC की आधार भुजा BC का मध्य बिन्दु D है, पहले D के निर्देशांक ज्ञात करेंगे तथा A को D से मिलने पर AD त्रिभुज ABC की माधिका होगी।

$$D \rightarrow \left[\frac{3+5}{2}, \frac{-2+2}{2} \right]$$

$$D \rightarrow (4, 0)$$



माधिका त्रिभुज को दो भाव में विभाजित करती है

ΔABD तथा ΔACD

ΔABD का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(-2 - 0) + 3(0 + 6) + 4(-6 + 2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(-2) + 3(6) + 4(-4)]$$

$$= -\frac{6}{2}$$

$$= -3$$

क्षेत्रफल ऋणात्मक नहीं होता इसलिए 3 वर्ग इकाई।

ΔACD का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [4(2 - 0) + 5(0 + 6) + 4(-6 - 2)]$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 30 - 32]$$

$$= \frac{1}{2}(6)$$

$$= 3$$

$$\Delta ABD = \Delta ACD$$

प्रश्नावली 7.4

प्रश्न 1. बिंदुओं A (2,-2) और B (3,7) को जोड़ने वाले रेखा खंड को $2x + y - 4 = 0$ जिस अनुपात में विभाजित करती है उसे ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 2. X और y में एक संबंध ज्ञात कीजिए यदि बिन्दु (x,y)

(1,2) और (7,0) संरेखी हैं।

प्रश्न 3. बिंदुओं (6,6) , (3,7) और (3,3) से होकर जाने वाले वृत्त का केंद्र ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. किसी वर्ग के दो सम्मुख शीर्ष (-1, 2) और (3,2) है। वर्ग के अन्य दोनों शीर्ष ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 5. कृष्ण नगर के एक सेकंडरी स्कूल के कक्षा X के विद्यार्थियों को उनके बागवानी क्रिया कलाप के लिए एक आयताकार भू खंड दिया गया है। गुलमोहर की पौध (sapling) को परस्पर 1 m की दूरी पर इस भी खंड की परिसिमा (बाउंड्री) पर लगाया जाता है। इस भी खंड के अंदर एक त्रिभुज घास लगा हुआ लॉन है जैसा कि आकृति में

दर्शाया गया है, विद्यार्थियों को भी खंड के शेष भाग में फूलों के पौधों के बीज बोने है।

- (i) A को मूलबिंदू मानते हुए , त्रिभुज के शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- (ii) यदि मूल बिन्दु C हो तो त्रिभुज PQR के शीर्ष के निर्देशांक क्या होंगे? साथ ही उपरोक्त दोनों स्थितियों में त्रिभुजों के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। अप क्या देखते है?

प्रश्न 6. एक त्रिभुज ABC के शीर्ष A (4,6), B (1,5) और C (7,2) हैं। भुजाओं AB तथा AC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करते हुए एक रेखा इस प्रकार खींची गई है कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$, त्रिभुज ABE का क्षेत्रफल परिकालित कीजिए और इसकी तुलना

ΔABC के क्षेत्रफल से कीजिए।

(प्रमेय 6.2 और 6.6 का स्मरण कीजिए।

प्रश्न 7.में लीजिए A (4,2) , B (6,5) और C (1,4) एक त्रिभुज ABC के शीर्ष है।

(i) A से होकर जानेवाली माधिका BC से D पर मिलती है। बिन्दु D के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

(ii) AD पर स्थित ऐसे बिन्दु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए

कि $AP:PD = 2:1$ है।

(iii) माधिका , BE और CF पर ऐसे बिंदुओं Q और R के निर्देशांक ज्ञात कीजिए कि $BQ:QE = 2:1$ हो और

$CR:RF = 2:1$ हो।

(iv) आप क्या देखते हो?

[वह बिन्दु जो तीनों माधिका में सार्वनिष्ठ हो, उसे Δ का केंद्र (centroid) कहलाता है, और यह प्रत्येक माधिका

को $2:1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

(v) यदि $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ और $C(x_3, y_3)$ एक त्रिभुज ABC के शीर्ष हो तो इस Δ के केंद्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 8. बिंदुओं A (-1, -1), B (-1,4), C (5,4) और D (5,-1) से एक आयत ABCD बनता है। P, Q, R और S क्रमशः भुजाओं AB, BC, CD और DA के मध्यबिंदु से बना चतुर्भुज क्या एक वर्ग है? क्या यह एक आयत है? क्या यह एक

समचतुर्भुज है? सकारण उत्तर दीजिए।

उत्तर

उत्तर 1. माना कि रेखा $2x+y-4=0$, बिन्दु A (2,-2) तथा B (3,7) को जोड़ने वाले रेखा खंड को $m:1$ अनुपात में विभाजित करती है। विभाजन बिन्दु C है,

C रेखा $2x+y-4=0$ पर स्थित है।

$$P \rightarrow \left[\frac{\{m(3) + 1(2)\}}{(m+1)}, \frac{\{m(7) + 1(-2)\}}{m+1} \right]$$

$$P \rightarrow \left\{ \frac{3m+2}{m+1}, \frac{7m-2}{m+1} \right\}$$

अब p के निर्देशांक के मान रेखा के समीकरण में रखने पर

$$2\left\{ \frac{3m+2}{m+1} + \frac{7m-2}{m+1} \right\} - 4 = 0$$

$$2(3m+2) + (7m-2) - 4 = 0$$

$$9m - 2 = 0$$

$$m = \frac{2}{9}$$

अतः 2:9 है।

उत्तर 2. नियम – यदि तीन बिन्दु संरेखी हो तो उन बिंदुओं से बनने वाले Δ का क्षेत्रफल 0 होता है।

Δ का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\frac{1}{2}[x(2-0) + 10(0-y) + 7(y-2)] = 0$$

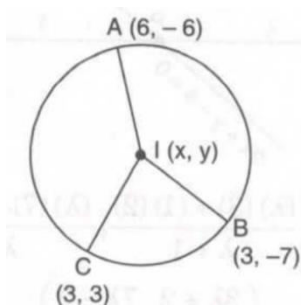
$$\frac{1}{2}[2x-y+7y-14] = 0$$

$$\frac{1}{2}(2x+6y-14)=0$$

$$X+3y-7=0$$

X तथा y में यह संबंध है।

उत्तर 3. हल माना कि दी गई बिन्दु A (6,-6), B (3,7) तथा C



(3,3) हैं।

इन तीनों से होकर बनने वाले वृत्त का केंद्र I है

माना केंद्र I के निर्देशांक (x, y) हैं।

अब IA, IB, तथा IC वृत्त की त्रिज्याएं हैं।

$$\text{इसलिए } IA = IB = IC$$

$$\text{इसलिए } (IA)^2 = (IB)^2 = (IC)^2$$

$$(IA)^2 = (IB)^2$$

$$(6-x)^2 + (-6-y)^2 = (3-x)^2 + (-7-y)^2$$

$$36 + x^2 - 12x + 36 + y^2 + 12y = 9 + x^2 - 6x + 49 + y^2 + 14y$$

$$6x + 2y = 14$$

$$3x + y = 7 \rightarrow \rightarrow (1)$$

$$(IB)^2 = (IC)^2$$

$$(3-x)^2 + (-7-y)^2 = (3-x)^2 + (3-y)^2$$

$$(-7-y)^2 = (3-y)^2$$

$$49 + y^2 + 14y = 9 + y^2 - 6y$$

$$20y = -40$$

$$Y = -2$$

समीकरण (1) में y का में रखने पर

$$3x + y = 7$$

$$3x - 2 = 7$$

$$3x = 9$$

$$X = 3$$

वृत्त के केंद्र के निर्देशांक है

$$I \rightarrow (3, -2)$$

उत्तर 4. एक वर्ग की दो सम्मुख शीर्ष बिंदुएं दी गई है।

$$\text{माना } A \rightarrow (-1, 2), \quad \text{तथा} \quad C \rightarrow (3, 2)$$

दी गई बिंदुए है,
 माना $B \rightarrow (x, y)$ है।
 वर्ग की भुजाएं समान होती हैं।

$$AB = BC = CD = AD$$

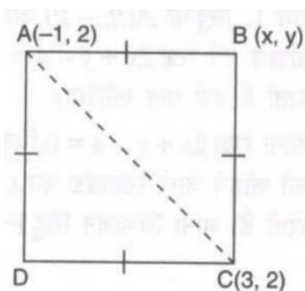
$AB = BC$ लेने पर

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2$$

$$(x+1)^2 = (x-3)^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9$$

$$8x = 8$$



$$x = 1$$

ΔABC एक समकोण त्रिभुज है।

ΔABC में पाइथागोरस नियमानुसार

$$(AB)^2 + (BC)^2 = (AC)^2$$

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (3-x)^2 + (2-y)^2$$

$$= \{ 3 - (-1)^2 + (2-2)^2 \}$$

$$\rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + 9 + x^2 - 6x + 4 + y^2 - 4y$$

$$= \{ (3+1)^2 + 0 \}$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x - 8y = -2$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = -1$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$X=1$, इस समीकरण में रखने पर

$$1^2 + y^2 - 2(1) - 4y + 1 = 0$$

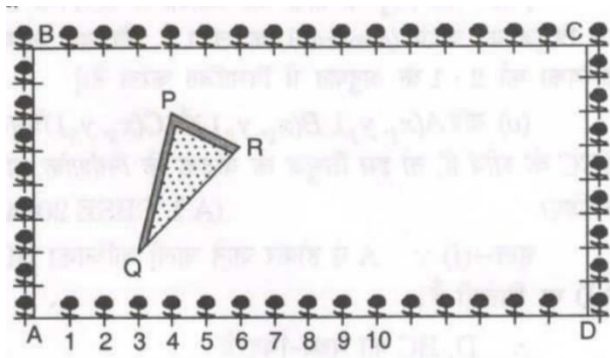
$$1 + y^2 - 2 - 4y + 1 = 0$$

$$y^2 - 4y = 0$$

$$y(y-4) = 0$$

$$y=0, \text{ या } y=4$$

अन्य दो बिन्दु, B तथा D के शीर्ष $(1,0)$ तथा $(1,4)$ हैं।



उत्तर 5.

यदि A को मूल बिन्दु माना तो P, Q तथा R के निर्देशांक होंगे

$$P \rightarrow (4, 6)$$

$$Q \rightarrow (3, 2)$$

$$R \rightarrow (6, 5)$$

ΔPQR का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [4(2-5) + 3(5-6) + 6(6-2)]$$

$$= \frac{1}{2} [-12 - 3 + 24]$$

$$= \frac{1}{2} (9)$$

$$= \frac{9}{2} \text{ वर्ग इकाई।}$$

(ii) यदि C को मूल बिन्दु मानते हैं, तो P, Q तथा R के निर्देशांक होंगे

$$P \rightarrow (12, 2)$$

$$Q \rightarrow (13, 6)$$

$$R \rightarrow (10, 3)$$

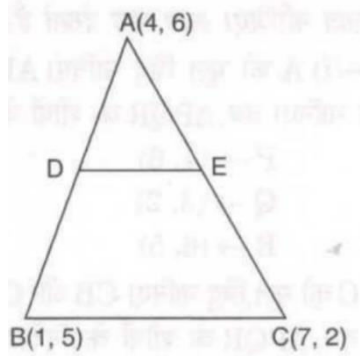
अब हम इन निर्देशांकों का उपयोग करके त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

$$\frac{1}{2} [12 (6-3) + 13 (3-2) + 10 (2-6)]$$

$$= \frac{1}{2} [36 + 13 - 40]$$

$= \frac{1}{2} (-4 + 13) = \frac{9}{2}$ वर्ग इकाई। इससे यह निष्कर्ष निकला कि दोनों स्थितियों में ΔPQR का क्षेत्रफल समान है।

उत्तर 6



दिया गया है,

$$\left(\frac{AD}{AB}\right) = \left(\frac{AE}{AC}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{AD}{AC}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{AB}{AD}\right) = \frac{4}{1}$$

$$(AB = AD + DB)$$

$$\frac{(AD + DB)}{AD} = \frac{4}{1}$$

$$\left(\frac{AD}{AD}\right) + \left(\frac{DB}{AD}\right) = \frac{4}{1}$$

$$1 + \left(\frac{DB}{AD}\right) = 4$$

$$\left(\frac{DB}{AD}\right) 4 - 1 = 3$$

$$\left(\frac{AD}{DB}\right) = \frac{1}{3}$$

D के निर्देशांक ज्ञात करने पर

$$D \rightarrow \left[\frac{\{1(1) + 3(4)\}}{(1+3)}, \frac{\{1(5) + 3(6)\}}{(1+3)} \right]$$

$$D \rightarrow \left(\frac{13}{4}, \frac{23}{4} \right)$$

$$\left(\frac{AE}{AC}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{AC}{AE}\right) = \frac{4}{1}$$

$$\frac{(AE + EC)}{AE} = 4$$

$$\left(\frac{AE}{AE}\right) + \left(\frac{EC}{AE}\right) = 4$$

$$1 + \left(\frac{EC}{AE}\right) = 4$$

$$\left(\frac{EC}{AE}\right) 4 - 1 = 3$$

$$\text{इसलिए } \left(\frac{AE}{EC}\right) = \frac{1}{3}$$

$$AE : EC = 1:3$$

E के निर्देशांक

$$E \rightarrow \left[\frac{\{1(7) + 3(4)\}}{(1+3)}, \frac{\{1(2) + 3(6)\}}{(1+3)} \right]$$

$$E \rightarrow \left(\frac{19}{4}, 5 \right)$$

अब ΔADE का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

$$\frac{1}{2} \left[4 \left(\frac{23}{4} - 5 \right) + \frac{13}{4} (5 - 6) + \frac{19}{4} \left(6 - \frac{23}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{13}{4} \right) + \left(\frac{19}{16} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{48 - 52 + 19}{16} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{15}{16} \right)$$

$$= \frac{15}{32} \text{ वर्ग इकाई}$$

ΔABC का क्षेत्रफल

$$\frac{1}{2} [4(5 - 2) + 1(2 - 6) + 7(6 - 5)]$$

$$= \frac{1}{2} (12 - 4 + 7)$$

$$= \frac{1}{2} (15)$$

$$= \frac{15}{2} \text{ वर्ग इकाई।}$$

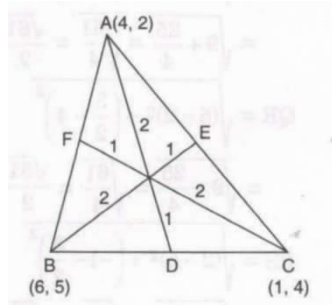
दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफल के अनुपात

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \left(\frac{15}{13}\right) = 1$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \left(\frac{15}{2}\right) = 16$$

$$= \frac{1}{16}$$

1:16



उत्तर 7.

- (i) आधार BC की माधिका AD है,
D, BC का मध्य बिन्दु है।

$$D \rightarrow \left\{ \frac{6+1}{2}, \frac{(5+4)}{2} \right\}$$

$$D \rightarrow \left\{ \left(\frac{7}{2} \right), \left(\frac{9}{2} \right) \right\}$$

- (ii) AD पर स्थिति ऐसे बिन्दु का निर्देशांक ज्ञात करना है जो AD को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$AP : PD = 2:1$$

$$P \rightarrow \left[\frac{\left\{ 2 \left(\frac{7}{2} \right) + 1(4) \right\}}{2+1} \right]$$

$$, \frac{\left\{ 2 \left(\frac{9}{2} \right) + 1(2) \right\}}{(2+1)}]$$

$$P \rightarrow \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right)$$

- (iii) BQ : QC = 2:1

$$CR : RE = 2:1$$

हमें माधिका ब्यू पर स्थित बिन्दु क, तथा CF पर स्थित बिन्दु R के निर्देशांक ज्ञात करने है।

E, AC का मध्य बिन्दु है,

$$E \rightarrow \left\{ \frac{4+1}{2}, \frac{2+4}{2} \right\}$$

$$E \rightarrow \left(\frac{5}{2}, 3 \right)$$

$$Q \rightarrow \left[\frac{\left\{ 2\left(\frac{5}{2}\right) + 1(6) \right\}}{2+1}, \frac{\{ 2(3)+1(5) \}}{2+1} \right]$$

$$Q \rightarrow \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right)$$

F, AB का मध्य बिन्दु है,

$$F \rightarrow \left\{ \frac{4+6}{2}, \frac{2+5}{2} \right\}$$

$$F \rightarrow \left(5, \frac{7}{2} \right)$$

R, CF पर स्थित है।

$$CR : RE = 2:1$$

$$R \rightarrow \left[\frac{\{ 2(5) + 1(1) \}}{2+1}, \frac{\left\{ 2\left(\frac{7}{2}\right) + 1(4) \right\}}{2+1} \right]$$

$$R \rightarrow \left(\frac{11}{3}, \frac{11}{3} \right)$$

(iv) हम यह देखते हैं कि P, Q तथा R एक ही बिन्दु है।

(v) नियमानुसार त्रिभुज का गुरुत्व केंद्र उसकी प्रत्येक माधिका को शीर्ष से 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

, BC का मध्य बिन्दु है,

$$D \rightarrow \left\{ \frac{x^2+x^3}{2}, \frac{y^2+y^3}{2} \right\}$$

$$G \rightarrow (x, y)$$

$$X = \left[\frac{\left\{ \frac{2(x^2+x^3)}{2} + 1(x^1) \right\}}{2+1} \right]$$

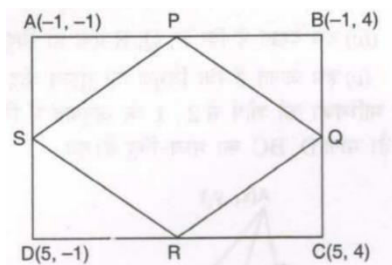
$$X = \frac{x^1 + x^2 + x^3}{3}$$

$$Y = \frac{\left\{ \frac{2(y^2+y^3)}{2} + 1(y^1) \right\}}{2+1}$$

$$Y = \frac{y^1 + y^2 + y^3}{3}$$

अतः $\Delta A B C$ के गुरुत्व केंद्र G के निर्देशांक हैं

$$\left[\frac{(x^1+x^2+x^3)}{3}, \frac{y^1+y^2+y^3}{3} \right]$$



उत्तर 8.

शीर्ष बिन्दु , एक आयत के दिए गए है।

$$A \rightarrow (-1, -1)$$

$$B \rightarrow (-1, 4)$$

$$C \rightarrow (5, 4)$$

$$D \rightarrow (5, -1)$$

P, Q, R, S क्रमशः AB, BC, DC तथा AD के मध्य बिन्दु हैं।

P के निर्देशांक